

A Condition-based Grey Wolf Optimizer Algorithm for Global Optimization Problems

Safora Akhavan-Nasab¹ and Zahra Beheshti^{2,3*}

1- Faculty of Computer Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

2*- Faculty of Computer Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

3*- Big Data Research Center, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

¹safora_akhavannasab@sco.iaun.ac.ir and ^{2,3*}z-beheshti@iaun.ac.ir

*Corresponding author's address: Zahra Beheshti, Faculty of Computer Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

Abstract- Many real-world optimization problems are complex and high-dimensional problems. In the problems, the search space grows exponentially as the problem dimension increases. Therefore, exact algorithms are not able to find the best solution in a reasonable time. As a result, approximate algorithms are applied to solve these problems. Among these algorithms, meta-heuristic algorithms have been shown a good performance in solving these problems. The Grey Wolf Optimizer (GWO) algorithm is one of the meta-heuristic algorithms. However, the structure of the algorithm limits its exploration capability and it may fall in local optima. In this case, the diversity of the population gradually decreases and sometimes, the algorithm is not able to escape from the local optima. To enhance the performance of GWO, an improved GWO algorithm called Condition-based Gray Wolf Optimization (Cb-GWO) algorithm is proposed in this study. In Cb-GWO, the exploration phase has been separated from the exploitation one and also some mechanisms have been considered to achieve better positions per iteration. Moreover, the balance between exploration and exploitation has been improved. The performance of proposed algorithm has been compared with several improved GWO algorithms, as well as Particle Swarm Optimization (PSO), Spotted Hyena Optimizer (SHO), Harris Hawk Optimization (HHO), Wild Horse Optimizer (WHO), Aquila Optimizer (AO), African Vultures Optimization Algorithm (AVOA), which are among the newest meta-heuristic algorithms. These algorithms have been evaluated by CEC2018 benchmark optimization functions and the pressure vessel design to find the best results. The experimental results showed the significant improvement of efficiency of the proposed algorithm compared with other competitor algorithms.

Keywords- Meta-heuristic Algorithm, Gray Wolf Optimizer (GWO), Exploration, Exploitation, Local Optimum, Global Optimum.

الگوریتم بهبود یافته گرگ خاکستری مبتنی بر شرایط برای حل مسائل بهینه‌سازی سراسری

صفورا اخوان نسب^۱، زهرا بهشتی^{۲*}

۱- دانشکده مهندسی کامپیوتر، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران.

*۲- دانشکده مهندسی کامپیوتر، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران.

*۳- مرکز تحقیقات کلان داده، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران.

¹s-akhavan@sco.iaun.ac.ir, ^{2,3}*z-beheshti@iaun.ac.ir

* نشانی نویسنده مسئول: زهرا بهشتی، نجف‌آباد، بلوار دانشگاه، واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، دانشکده مهندسی کامپیوتر.

چکیده- بسیاری از مسائل بهینه‌سازی دنیای واقعی، مسائلی پیچیده با ابعاد بالا هستند که با افزایش ابعاد، فضای جواب به صورت نمایی افزایش می‌یابد. از این رو الگوریتم‌های دقیق که تمام فضای مسأله را برای یافتن جواب پیمایش می‌کنند، در زمان قابل قبولی نمی‌توانند به جواب دست یابند و از الگوریتم‌های تقریبی برای حل این مسائل استفاده می‌شوند. از دسته این الگوریتم‌ها، می‌توان به الگوریتم‌های فراابتکاری اشاره کرد که نشان داده‌اند کارایی خوبی دارند. الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری از جمله این الگوریتم‌ها است. اما ساختار الگوریتم، توانایی اکتشاف آن را برای حل مسائل پیچیده با ابعاد بالا محدود می‌کند و در اواسط اجرای الگوریتم ممکن است به دام بهینه‌های محلی گرفتار گردد. در این حالت به تدریج تنوع جمعیت کم می‌گردد و در برخی موارد قادر به فرار از این بهینه‌های محلی نیست و دچار همگرایی زودرس می‌گردد. از این رو، در این تحقیق، نسخه بهبود یافته‌ای از الگوریتم گرگ خاکستری به نام الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری مبتنی بر شرایط ارائه می‌گردد، که با جداسازی مرحله اکتشاف از بهره‌برداری و فراهم آوردن امکان فرار از بهینه‌های محلی در هر تکرار، همچنین بهبود توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری، راه‌حل‌های جدیدی ارائه می‌دهد که در صورت بهتر بودن جایگزین راه‌حل‌های قبلی می‌شوند. الگوریتم پیشنهادی با چند نسخه از الگوریتم‌های بهبود یافته گرگ خاکستری، همچنین الگوریتم‌های بهینه‌سازی ازدحام ذرات، گفتار خالدار، شاهین هریس، اسب وحشی، عقاب و کرکس آفریقایی که از جمله الگوریتم‌های فراابتکاری بسیار جدید هستند، برای یافتن نقاط بهینه در توابع بهینه‌سازی CEC2018 و پارامترهای مسأله مهندسی طراحی مخزن فشار مقایسه شده است. نتایج ارزیابی، حاکی از بهبود قابل توجه نتایج الگوریتم پیشنهادی نسبت به سایر الگوریتم‌های مورد مقایسه است.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم‌های فراابتکاری، الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری، اکتشاف، بهره‌برداری، بهینه محلی، بهینه سراسری.

۱- مقدمه
مسأله، زمان اجرای آنها به صورت نمایی افزایش می‌یابد. از این رو از الگوریتم‌های تقریبی در حل این مسائل استفاده می‌شود. از جمله این الگوریتم‌ها، الگوریتم‌های فراابتکاری هستند که می‌توانند راه‌حل‌های خوبی را در زمان قابل قبولی هم در مسائل پیوسته [۱]-[۳] و هم در مسائل ناپیوسته [۴]-[۶] ارائه دهند. الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری^۲ [۷]، یکی از الگوریتم‌های فراابتکاری

بسیاری از مسائل بهینه‌سازی دنیای واقعی، مسائلی پیچیده با ابعاد بالا هستند که در دسته مسائل سخت^۱ قرار دارند. برای حل این مسائل الگوریتم‌های دقیق که جواب بهینه را برمی‌گرداند، قادر به یافتن جواب در زمان قابل قبولی نیستند زیرا با افزایش ابعاد

فرآیند انفجار آتش بازی تقلید می‌کند، الگوریتم ازدحام ذرات [۲۱]، و یا الگوریتم فاخته [۲۲] ترکیب شده است. هر چند که این الگوریتم‌ها سعی در بهبود کارایی الگوریتم گرگ خاکستری داشته‌اند ولی هنوز عملکرد این الگوریتم می‌تواند بهبود یابد. برخی از نسخه‌های بهبود یافته الگوریتم گرگ هنوز عملکرد ضعیفی در حل مسائل از خود نشان می‌دهند [۱۶]. بنابراین، در این تحقیق، الگوریتم بهبود یافته‌ای از گرگ خاکستری به نام الگوریتم بهینه سازی گرگ خاکستری مبتنی بر شرایط^۱ ارائه می‌گردد که در آن قابلیت اکتشاف الگوریتم بهبود می‌یابد و در هر مرحله پس از به دست آمدن راه حل‌ها، امکان بهبود راه حل‌ها مجدداً بررسی می‌گردد تا امکان فرار از بهینه‌های محلی و یا موقعیت‌های بد فراهم گردد. پس از مرحله اکتشاف، با استفاده از یک ضریب کاهش الگوریتم به تدریج وارد مرحله بهره‌برداری می‌گردد و در مراحل پایانی قابلیت بهره‌برداری افزایش می‌یابد تا با توجه به راه‌حل‌های خوب به دست آمده، بهترین نتیجه استخراج گردد. از این رو، الگوریتم پیشنهادی توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری را نیز بهبود می‌دهد.

در ادامه، در بخش دوم، پژوهش‌های انجام شده در زمینه الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری بررسی می‌گردد. در بخش سوم روش پیشنهادی ارائه می‌گردد و در بخش چهارم ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی با چند الگوریتم جدید بهبود یافته از الگوریتم گرگ و الگوریتم‌های فراابتکاری پایه و جدید مقایسه می‌گردد. در بخش ۵ نیز به نتیجه گیری و پیشنهادهای کارهای آتی پرداخته می‌شود.

۲- مروری بر پژوهش‌های انجام شده در زمینه الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری

۲-۱ الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری

الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری، بر مبنای رفتار شکار گرگ‌های خاکستری و سلسله مراتب رهبری در روش شکار آن‌ها ارائه شده است. هدف، یافتن جواب قابل قبول، با توجه به محدودیت و نیاز مسئله است. در تعیین جواب یک مسئله، ممکن است جواب‌های مختلفی برای آن وجود داشته باشد. برای مقایسه جواب‌های یک مسئله و انتخاب جواب بهینه، تابعی به نام تابع هدف تعریف می‌شود که به ماهیت مسئله وابسته است. در این الگوریتم، چهار نوع گرگ خاکستری به نام گرگ‌های آلفا، بتا، دلتا و گاما وجود دارد. این الگوریتم شامل سه گام اصلی شکار گرگ‌های خاکستری می‌باشد [۷] که عبارتند از: جستجو برای شکار، محاصره شکار و در نهایت حمله به شکار. در این الگوریتم، ابتدا موقعیت هر گرگ در فضای مسئله به صورت تصادفی مقادری

است که به دلیل سادگی پیاده‌سازی و تعداد پارامترهای کم، بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است [۸]-[۱۰]. اگرچه نتایج تجربی نشان می‌دهد که الگوریتم گرگ خاکستری از برخی از الگوریتم‌های فراابتکاری در حل مسائل پیشی می‌گیرد [۱۱]-[۱۳]، اما ساختار الگوریتم، توانایی اکتشاف آن را برای حل مسائل پیچیده با ابعاد بالا محدود می‌کند و در این مسائل الگوریتم در اواسط اجرای ممکن است به دام بهینه‌های محلی گرفتار گردد [۱۳]، [۱۴]. در این حالت به تدریج تنوع جمعیت کم می‌شود و الگوریتم در برخی موارد قادر به فرار از این بهینه‌های محلی نیست. دلیل این مسئله آن است که در الگوریتم گرگ خاکستری، گرگ‌ها به سمت سه گرگ برتر جمعیت حرکت می‌کنند. اگر سه گرگ بهتر که به نام‌های آلفا، بتا و دلتا شناخته می‌شوند در بهینه محلی قرار داشته باشند، جمعیت گرگ‌ها به تدریج به سمت آن بهینه محلی کشیده شده و به دلیل ضریبی که برای همگرایی در این الگوریتم در نظر گرفته شده، در نهایت در تله بهینه محلی گرفتار می‌آیند [۱۶].

تاکنون تعدادی الگوریتم بهبود یافته از گرگ خاکستری ارائه کرده‌اند تا قابلیت اکتشاف، توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری و یا تنوع جمعیت را در این الگوریتم بهبود بخشند. به عنوان مثال، لی و همکاران [۱۷]، الگوریتمی ارائه کردند که به طور مساوی جمعیت اولیه گرگ خاکستری را در فضای مسئله توزیع کند و از جهش گاوسی برای جلوگیری از افتادن الگوریتم در بهینه‌های محلی استفاده می‌کند. همچنین الگوریتم از یک عامل کنترل کسینوسی برای ایجاد توازن بین قابلیت اکتشاف سراسری و محلی الگوریتم در جهت بهبود سرعت همگرایی الگوریتم استفاده می‌کند. در پژوهشی دیگر، برای بهبود کارایی الگوریتم، از نقشه‌های آشوبی در الگوریتم گرگ (CGWO)^۲ استفاده شد [۱۸]. در تحقیقی دیگر، یک الگوریتم برای بهبود قابلیت اکتشاف الگوریتم گرگ خاکستری (EEGWO)^۳ [۱۹]، از یک همسایه تصادفی در جمعیت برای تغییر موقعیت هر گرگ استفاده شد و ضریب همگرایی در آن، به صورت غیر خطی تعریف شد. الگوریتم بهبود یافته دیگری (EGWO)^۴ توسط لو، برای تقلید بهتر از سلسله مراتب رهبری و روش شکار گروهی گرگ‌های خاکستری در طبیعت ارائه شد [۱۵] که با تخمین محل شکار توسط گرگ‌های رهبر، هر گرگ مستقیماً به سمت محل تخمینی شکار حرکت می‌کند. در این الگوریتم، وزن گرگ آلفا در تغییر موقعیت هر گرگ بیشتر در نظر گرفته می‌شود، تا قابلیت بهره‌وری نیز افزایش یابد. در پژوهش‌های دیگری برای بهبود عملکرد الگوریتم گرگ، این الگوریتم با الگوریتم‌هایی مانند الگوریتم آتش بازی [۲۰] (که از

۲-۲- الگوریتم‌های بهبود یافته گرگ خاکستری

میتال و همکاران [۲۳]، الگوریتم گرگ خاکستری اصلاح‌شده‌ای^۷ ارائه کردند که در حل مسائل مهندسی به کار برده شد. در الگوریتم پیشنهادی، از یک تابع نزولی نمایی جهت توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری استفاده شد. اما همچنان الگوریتم پیشنهادی در اکتشاف ضعیف می‌باشد و به دلیل کاهش تنوع جمعیت گرگ‌ها در طول اجرای الگوریتم، عملکرد مورد انتظار را ندارد.

در تحقیقی دیگر، جایاباراتهی و همکاران الگوریتم بهینه‌سازی ترکیبی از گرگ خاکستری^۸ ارائه نمودند [۲۴]، که در آن الگوریتم گرگ خاکستری با عملگرهای ترکیب و جهش اضافی ترکیب شد. این الگوریتم در مسأله پخش بار اقتصادی، که یکی از مسائل مهم در بهره‌برداری از سیستم‌های قدرت است، مورد استفاده قرار گرفت. اگرچه با اضافه کردن عملگرهای ترکیب و جهش، تنوع جمعیت بهتر شد، اما به دلیل عدم توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری در برخی موارد راه‌حل‌های مناسبی ارائه نمی‌دهد.

پادهی و همکاران [۲۵]، الگوریتم بهینه‌سازی اصلاح‌شده‌ای از گرگ خاکستری^۹ ارائه دادند که در آن ضریب وزنی متفاوتی به گرگ‌ها تخصیص می‌یافت و ضریب وزنی گرگ آلفا بیشتر می‌باشد. همچنین ضریب همگرایی جدیدی برای توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری تعریف شد تا عملکرد الگوریتم بهبود یابد. ولی از آنجا که گرگ‌ها همچنان دنباله‌رو سه گرگ برتر هستند، به دام بهینه‌های محلی گرفتار می‌آیند.

در پژوهشی دیگر [۲۶]، ترکیبی از الگوریتم گرگ خاکستری و الگوریتم سینوس و کسینوسی ارائه شد که در آن از الگوریتم گرگ برای مرحله بهره‌برداری و الگوریتم سینوس و کسینوس^{۱۰} برای اکتشاف و تغییر موقعیت گرگ آلفا می‌شد. الگوریتم پیشنهادی در توابع تک‌حالتی نتایج خوبی را ارائه نمی‌دهد و از بهره‌برداری ضعیفی برخوردار است. لانگ و همکاران [۲۷]، الگوریتم بهبودیافته‌ای از گرگ خاکستری برای بهبود قابلیت اکتشاف^{۱۱} الگوریتم ارائه کردند که از الگوریتم بهینه‌سازی ذرات^{۱۲} الهام می‌گرفت. محققین دیگری نیز برای بهبود قابلیت اکتشاف الگوریتم گرگ، این الگوریتم را با الگوریتم‌های دیگری از قبیل الگوریتم آتش‌بازی [۲۰]، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات [۲۱] و الگوریتم فاخته [۲۲] ترکیب کردند ولی این الگوریتم‌ها خود دارای معایبی هستند که روی الگوریتم ترکیبی تاثیر می‌گذارند. به عنوان مثال الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات دارای اکتشاف ضعیفی است و دچار همگرایی زودرس می‌گردد.

اولیه می‌گردد. این گرگ‌ها، گرگ‌های امگا هستند که از بین آنها، سه گرگ برتر جمعیت براساس تابع برازندگی به عنوان گرگ آلفا و بتا و دلتا مشخص می‌گردد. گرگ‌های خاکستری، طعمه (بهترین جواب) را در طول شکار محاصره می‌کنند. فرض می‌شود که سه گرگ برتر دانش بهتری در خصوص موقعیت شکار (بهترین جواب) دارند. این محاصره براساس رابطه زیر است:

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_p(t) + \vec{A} \cdot \vec{D} \quad (1)$$

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}_p(t) - \vec{X}(t)| \quad (2)$$

که \vec{X}_p بردار موقعیت فعلی شکار، \vec{X} موقعیت هر گرگ خاکستری و t زمان فعلی را نشان می‌دهد. همچنین بردارهای ضریب \vec{A} و \vec{C} براساس روابط زیر، محاسبه می‌شوند:

$$\vec{A} = 2\vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a} \quad (3)$$

$$\vec{C} = 2 \cdot \vec{r}_2 \quad (4)$$

\vec{r}_1 و \vec{r}_2 نشان‌دهنده بردارهای تصادفی در بازه صفر و یک هستند. بردار خطی \vec{a} از ۲ شروع و در طول تکرار کاهش می‌یابد تا به صفر برسد. وقتی طعمه یا شکار توسط گرگ‌ها احاطه شد، حمله به رهبری گرگ آلفا شروع می‌شود که این فرآیند با استفاده از کاهش بردار \vec{a} شبیه‌سازی می‌شود. از آنجا که \vec{A} برداری تصادفی بر اساس \vec{a} است اگر $|\vec{A}| < 1$ باشد، گرگ آلفا به شکار (و بقیه گرگ‌ها) نزدیک می‌شود و اگر $|\vec{A}| > 1$ گرگ از شکار (و بقیه گرگ‌ها) دور خواهد شد. گرگ‌های خاکستری امگا، موقعیت خود را در فضای جستجوی به صورت تصادفی بر اساس موقعیت سه گرگ برتر آلفا و بتا و دلتا به صورت زیر تغییر می‌دهند:

$$\vec{D}_\alpha = |\vec{C}_1 \cdot \vec{X}_\alpha - \vec{X}|, \quad \vec{D}_\beta = |\vec{C}_2 \cdot \vec{X}_\beta - \vec{X}|, \quad (5)$$

$$\vec{D}_\delta = |\vec{C}_3 \cdot \vec{X}_\delta - \vec{X}|$$

$$\vec{X}_1 = \vec{X}_\alpha - \vec{A}_1 \cdot (\vec{D}_\alpha), \quad \vec{X}_2 = \vec{X}_\beta - \vec{A}_2 \cdot (\vec{D}_\beta), \quad (6)$$

$$\vec{X}_3 = \vec{X}_\delta - \vec{A}_3 \cdot (\vec{D}_\delta)$$

در روابط فوق، \vec{C}_1 ، \vec{C}_2 و \vec{C}_3 و \vec{A}_1 ، \vec{A}_2 و \vec{A}_3 بردارهای تصادفی هستند که براساس روابط (۳) و (۴) محاسبه می‌گردند. همچنین \vec{X}_α ، \vec{X}_β و \vec{X}_δ به ترتیب موقعیت گرگ‌های آلفا، بتا و دلتا را نشان می‌دهند، \vec{X}_1 ، \vec{X}_2 و \vec{X}_3 موقعیت هر گرگ امگا براساس این سه گرگ برتر است. موقعیت جدید هر گرگ امگا، $X(t+1)$ براساس رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3} \quad (7)$$

بهینه‌سازی گرگ خاکستری^{۱۱} [۳۳] ارائه شد که در آن، تاثیر گرگ دلتا در تغییر موقعیت گرگ‌های امگا حذف شد و پارامتر ضریب همگرایی آن به صورت غیرخطی در نظر گرفته شد. اگر چه سرعت اجرای الگوریتم بهبود یافت، اما الگوریتم همچنان از اکتشاف ضعیفی برخوردار است.

هر چند که نسخه‌های مختلف الگوریتم گرگ خاکستری، سعی در بهبود عملکرد الگوریتم گرگ خاکستری داشته‌اند، این نسخه‌ها دارای معایبی نیز می‌باشند. در جدول ۱، روش مورد استفاده این الگوریتم‌ها، در بهبود الگوریتم بهینه‌سازی گرگ و برخی از مزایا و معایب آنها آورده شده است.

۳- روش پیشنهادی-الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری مبتنی بر شرایط

الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری یکی از الگوریتم‌های فراابتکاری است که به دلیل سادگی پیاده‌سازی و تعداد پارامترهای کم، بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است. اگرچه نتایج تجربی ثابت می‌کند که الگوریتم گرگ خاکستری از برخی از الگوریتم‌های فراابتکاری در حل مسائل پیشی می‌گیرد، اما ساختار الگوریتم، توانایی اکتشاف آن را برای حل مسائل پیچیده با ابعاد بالا تضعیف می‌کند و در این مسائل در اواسط اجرای الگوریتم ممکن است به دام بهینه‌های محلی گرفتار گردد. در این حالت به تدریج تنوع جمعیت کم می‌گردد و در برخی موارد الگوریتم دچار همگرایی زودرس می‌گردد.

از این رو، در این بخش الگوریتم بهبود یافته‌ای از گرگ خاکستری به نام الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری مبتنی بر شرایط ارائه می‌گردد که سعی در بهبود قابلیت اکتشاف الگوریتم گرگ خاکستری دارد و امکان فرار از بهینه‌های محلی را برای گرگ‌ها فراهم می‌آورد. همچنین با توازن بین مرحله اکتشاف و بهره‌برداری پاسخ‌های بهتری به دست می‌آید. در الگوریتم پیشنهادی، ابتدا موقعیت گرگ‌ها به صورت تصادفی مقدار دهی اولیه می‌گردد، سپس سه گرگ بهتر جمعیت به نام‌های آلفا و بتا و دلتا انتخاب می‌گردند:

$$Pos_{ij} = X_{min} + rand(X_{max} - X_{min}) \quad (۸)$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, D$$

Pos_{ij} ، موقعیت i امین گرگ در j امین بعد. $rand$ یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $[0,1]$ است. X_{min} و X_{max} حد پایین و حد بالای محدوده مسئله هستند. n و D به ترتیب اندازه جمعیت و تعداد بعد می‌باشد.

یک الگوریتم بهینه‌سازی هوشمند گرگ خاکستری^{۱۳} توسط ساکسنا و همکاران پیشنهاد شد [۲۸] که از دو چارچوب ریاضی برای بهبود اکتشاف و بهره‌برداری و همچنین از یادگیری مبتنی بر تعارض^{۱۴} برای بهبود اکتشاف استفاده می‌کرد، اما الگوریتم در برخی موارد دچار همگرایی زودرس می‌گردد.

برای خوشه‌بندی مجموعه داده‌های بزرگ، یک الگوریتم بهبود یافته از گرگ خاکستری^{۱۵} پیشنهاد شد [۲۹] که در آن الگوریتم گرگ خاکستری از پرواز لوی^{۱۶} و عملگر ترکیب برای افزایش قابلیت اکتشاف استفاده می‌کند ولی همچنان توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری آن ضعیف است و در برخی موارد در بهینه‌های محلی گرفتار می‌آید.

لو و همکاران [۳۰] الگوریتم بهبود یافته سلولی گرگ خاکستری^{۱۷} را ارائه نمودند که در مرحله اول، هر گرگ از همسایگان خود و تعاملات بین آنها بهره می‌برد و در مرحله بعد، از انتشار اطلاعات از طریق همسایگان استفاده می‌کند. در روش پیشنهادی توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری به خوبی انجام نمی‌گیرد. در تحقیقی دیگر، یک الگوریتم برای بهبود قابلیت اکتشاف الگوریتم گرگ خاکستری [۱۹] با استفاده از یک همسایه تصادفی در جمعیت برای تغییر موقعیت هر گرگ استفاده شد و برای توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری، از یک پارامتر کنترل غیر خطی استفاده شد. الگوریتم نتایج بسیار ضعیفی را در مقایسه با سایر الگوریتم‌های بهبود یافته گرگ خاکستری در برخی از خود نشان می‌دهد [۳۱].

یک الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری مبتنی بر پیاده‌روی تصادفی^{۱۸} پیشنهاد شد [۳۲] که از توزیع کوشی^{۱۹} برای بهبود قابلیت اکتشاف استفاده می‌کند اما همچنان دارای اکتشاف ضعیفی است. ندیمی و همکاران یک الگوریتم بهبود یافته از گرگ خاکستری^{۲۰} [۱۳] ارائه کردند که از جستجوی شکار مبتنی بر یادگیری ابعادی استفاده می‌کند و در آن اطلاعات همسایگان بین گرگ‌ها به اشتراک گذاشته می‌شود. اگر چه در این روش توازن بین جستجوی محلی و سراسری، همچنین تنوع جمعیت بهبود می‌یابد، اما پیچیدگی الگوریتم و زمان اجرای آن افزایش می‌یابد.

در پژوهش دیگری، لی و همکاران [۱۷]، از جهش گاوسی برای جلوگیری از افتادن الگوریتم گرگ در بهینه‌های محلی استفاده کردند و یک عامل کنترل کسینوسی برای ایجاد توازن بین قابلیت اکتشاف سراسری و محلی الگوریتم در جهت بهبود سرعت همگرایی الگوریتم به کار بردند. در نسخه دیگری از الگوریتم گرگ، از نقشه‌های آشوبی در بهبود تنوع جمعیت الگوریتم گرگ استفاده شد [۱۸]. در پژوهشی دیگر، الگوریتمی به نام الگوریتم تلفیقی

جدول ۱: برخی از نسخه‌های بهبود یافته الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری

معایب	مزایا	روش مورد استفاده	الگوریتم
<ul style="list-style-type: none"> اکتشاف ضعیف همگرایی زودرس 	<ul style="list-style-type: none"> سادگی الگوریتم سرعت اجرای بالا تعداد پارامتر کم 	<ul style="list-style-type: none"> استفاده از سه گرگ برتر جمعیت به عنوان رهبر تعیین موقعیت جدید جمعیت براساس موقعیت سه گرگ 	GWO [۷]
<ul style="list-style-type: none"> پیچیدگی بالا زمان اجرای بالا 	<ul style="list-style-type: none"> بهبود قابلیت اکتشاف بهبود توازن بین جستجوی محلی و سراسری 	<ul style="list-style-type: none"> استفاده از یک راهبرد حرکتی مبتنی بر یادگیری ابعادی و اشتراک اطلاعات همسایه بین گرگ‌ها 	I-GWO [۱۴]
<ul style="list-style-type: none"> ضعف در توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری تعداد پارامترهای زیاد 	<ul style="list-style-type: none"> بهبود قابلیت اکتشاف بهبود قابلیت بهره‌برداری 	<ul style="list-style-type: none"> استفاده از ضریب وزنی تصادفی نرمال برای سه گرگ برتر با در نظر گرفتن وزن بیشتر برای گرگ آلفا تعریف ضریب همگرایی 	EGWO [۱۵]
<ul style="list-style-type: none"> متوقف شدن در بهینه‌های محلی در مسائل چند حالته همگرایی زودرس 	<ul style="list-style-type: none"> بهبود قابلیت اکتشاف در مسائلی با توابع هدف تک حالته 	<ul style="list-style-type: none"> استفاده از نقشه‌های آشوبی 	CGWO [۱۸]
<ul style="list-style-type: none"> اکتشاف ضعیف متوقف شدن در بهینه‌های محلی همگرایی زودرس 	<ul style="list-style-type: none"> استفاده از اطلاعات سایر همسایگان در تغییر موقعیت 	<ul style="list-style-type: none"> انتخاب یک همسایه تصادفی و استفاده از آن در تعیین موقعیت جدید جمعیت 	EEGWO [۱۹]
<ul style="list-style-type: none"> ضعف در توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری 	<ul style="list-style-type: none"> بهبود تنوع جمعیت بهبود قابلیت اکتشاف 	<ul style="list-style-type: none"> استفاده از عملگرهای ترکیب و جهش روی راه‌حل‌ها 	HGWO [۲۳]
<ul style="list-style-type: none"> همگرایی زودرس ضعف در توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری 	<ul style="list-style-type: none"> بهبود تنوع جمعیت 	<ul style="list-style-type: none"> استفاده از الگوریتم گرگ برای مرحله بهره‌برداری استفاده از الگوریتم سینوس و کسینوس برای مرحله اکتشاف و تغییر موقعیت گرگ آلفا 	GWO-SCA [۲۸]
<ul style="list-style-type: none"> اکتشاف ضعیف همگرایی زودرس 	<ul style="list-style-type: none"> بهبود قابلیت اکتشاف 	<ul style="list-style-type: none"> استفاده از پرواز لوی برای اکتشاف استفاده از عملگر ترکیب روی راه‌حل‌ها 	E-GWO [۲۹]
<ul style="list-style-type: none"> اکتشاف ضعیف همگرایی زودرس 	<ul style="list-style-type: none"> بهبود جستجوی محلی 	<ul style="list-style-type: none"> استفاده از تعاملات محلی بین همسایگان انتشار اطلاعات از طریق همسایگان 	C-GWO [۳۰]
<ul style="list-style-type: none"> همگرایی زودرس متوقف شدن در بهینه‌های محلی 	<ul style="list-style-type: none"> بهبود تنوع جمعیت 	<ul style="list-style-type: none"> مبتنی بر پیاده‌روی تصادفی استفاده از توزیع کوشی برای اکتشاف 	RWGWO [۳۲]
<ul style="list-style-type: none"> اکتشاف ضعیف همگرایی زودرس 	<ul style="list-style-type: none"> بهبود سرعت اجرا 	<ul style="list-style-type: none"> حذف گرگ دلتا استفاده از ضریب همگرایی غیرخطی 	AGWO [۳۳]

$$Ind = 1..Max_Iter$$

$$CC[1..Max_Iter] = 1 - \frac{Ind}{Max_Iter} \quad (۹)$$

برای داشتن راه‌حل‌های امیدبخش در الگوریتم پیشنهادی سه مرحله در نظر گرفته شده است: مرحله اول اکتشاف است که باید فضای مسئله، خوب جستجو شود، در الگوریتم پیشنهادی تا

برای توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری در الگوریتم پیشنهادی، از پارامتر ضریب همگرایی^{۳۳} (CC) استفاده می‌شود. این پارامتر با حداکثر تعداد تکرار (Max_Iter) تنظیم می‌گردد و از یک شروع می‌گردد و به صورت خطی با تکرارها (Iter) کاهش می‌یابد تا به صفر برسد و از رابطه (۹) محاسبه می‌گردد:

جمعیت اطراف گرگ آلفا که بهترین گرگ جمعیت است، جستجو می کنند و نصف دیگر جمعیت گرگها با کمک گرگ بتا، جستجوی محلی را انجام می دهند. در اینجا گرگ دلتا نقشی ندارد، به دلیل آن که از اکتشاف به سمت بهره برداری بایستی حرکت انجام شود، در این مرحله، دو گرگ بهتر (آلفا و بتا) در نظر گرفته می شود. پارامتر CC در تکرارهای متوالی رو به کاهش است و وقتی بسیار کوچک می شود به بهره برداری نزدیک می گردد. در این حالت، در رابطه (۱۳)، گرگها به سمت بهترین موقعیت (گرگ آلفا) نزدیک می گردند و گرگهایی که اطراف بهترین پاسخ می باشد، موقعیتشان به تدریج با گرگ آلفا یکی می گردد که مرحله بهره برداری می باشد. همچنین در این مرحله گرگ بتا به تدریج به گرگ آلفا بسیار نزدیک می گردد تا آن که موقعیت آن با موقعیت گرگ آلفا یکی شود. بنابراین در رابطه (۱۲)، نیز، گرگها به تدریج به سمت بهترین گرگ حرکت می کنند. سرانجام، در هر تکرار راه حلها در صورت بهتر شدن، جایگزین راه حل های قبلی می گردند.

هنگامی که مقدار پارامتر CC از ۱ به ۰.۷ برسد گرگها به اکتشاف می پردازند. سپس گرگها، از اکتشاف به تدریج به سمت بهره برداری حرکت می کنند و در مراحل پایانی الگوریتم، بهره برداری انجام می شود. بنابراین، مقدار پارامتر CC ، به تدریج کم می شود تا الگوریتم از سمت اکتشاف به سمت بهره برداری حرکت کند و در مراحل پایان، این پارامتر به سمت صفر میل می کند تا راه حل های خوب به دست آیند. در شکل (۱) شبه کد روش پیشنهادی نشان داده شده است. گرگها در مرحله اکتشاف مطابق رابطه زیر تغییر موقعیت می دهند:

$$Pos_{ij} = Pos_{ij} + randn \left(randn(Alpha_{Pos_j} - randn.Pos_{ij}) - randn(MPBD_j - randn.Pos_{ij}) \right) \quad (10)$$

که در آن $randn$ یک عدد تصادفی با توزیع نرمال و میانگین صفر و واریانس یک است. $Alpha_{Pos_j}$ ، موقعیت گرگ آلفا در بعد z ام است. $MPBD_j$ میانگین موقعیت گرگ بتا ($Beta_{Pos_j}$) و دلتا ($Delta_{Pos_j}$) در موقعیت z ام است و از رابطه زیر به دست می آید:

$$MPBD_j = \frac{(Beta_{Pos_j} + Delta_{Pos_j})}{2} \quad (11)$$

همان طور که از رابطه (۱۰) مشخص است، گرگها در این مرحله به اکتشاف اطراف خود مشغول هستند ولی این اکتشاف با توجه به موقعیت خود گرگ و سه گرگ برتر گروه است اما تاثیر این سه گرگ برتر بسیار ناچیز است.

بعد از مرحله اکتشاف، الگوریتم های فراابتکاری به تدریج، به سمت بهره برداری حرکت می کنند و در مرحله سوم وارد مرحله بهره برداری می گردند. از این رو با توجه به مقدار CC ، هنگامی که مقدار آن از ۰.۷ کمتر است مرحله دوم آغاز می شود. در این حالت جمعیت به دو گروه تقسیم می شود و دو حرکت مختلف براساس روابط زیر انجام می دهند:

$$Pos_{ij} = Pos_{ij} + CC(Iter).randn(randn(Beta_{Pos_j} - randn.Pos_{ij})) \quad , i = 1, 2, \dots, \frac{n}{2} \quad (12)$$

$$Pos_{ij} = Alpha_{Pos_j} + CC(Iter) \left(randn(Alpha_{Pos_j} - randn.Pos_{ij}) \right) \quad , i = \frac{n}{2} + 1, \dots, n \quad (13)$$

Pseudocode of Condition-based Gray Wolf Optimizer (Cb-GWO)	
1.	Input: $Max_Iter, n, D, X_{min}, X_{max}$
2.	Output: $Alpha$
3.	Initializing grey wolf positions: $Pos_i (i=1, 2, \dots, n)$
4.	Computing CC by Eq. (9)
5.	For $Iter=1$ to Max_Iter Do
6.	Calculating fitness functions of population
7.	Replacing new positions, If new fitness functions are better than the previous ones
8.	Selecting three best of population as $Alpha, Beta, Delta$
9.	If $CC(Iter) \geq 0.7$ Then
10.	Computing positions by Eq. (10)
11.	Else
12.	Dividing the population into two sub-populations:
13.	For $i=1$ to $n/2$ Do
14.	Computing positions by Eq. (12)
15.	End For
16.	For $i= n/2+1$ to n Do
17.	Computing positions by Eq. (13)
18.	End For
19.	End If
20.	Calculating fitness functions of population
21.	Replacing new positions, If new fitness functions are better than the previous ones
22.	Selecting three best of population as $Alpha, Beta, Delta$
23.	Computing $Positions$ by Eq. (14)
24.	End For
25.	Return $Alpha$

شکل ۱: شبه کد الگوریتم بهینه سازی گرگ خاکستری مبتنی بر موقعیت

$CC(Iter)$ مقدار ضریب همگرایی در تکرار فعلی است.

با توجه به روابط فوق، همان طور که مشخص شده است، نصف

کارایی الگوریتم‌های پیشنهادی بر روی این توابع با چند نسخه از الگوریتم بهبودیافته گرگ شامل AGWO [۳۳]، EEGWO [۱۹]، EGWO [۱۵] و I-GWO [۱۴] مقایسه می‌گردد. همچنین الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم‌های فراابتکاری جدید و پایه شامل الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات [۳۷]، الگوریتم عقاب^{۲۴} [۳۸]، الگوریتم بهینه‌سازی کرکس آفریقایی^{۲۵} [۳۹]، الگوریتم بهینه‌سازی شاهین هریس^{۲۶} [۴۰]، الگوریتم بهینه‌سازی کفتار خالدار^{۲۷} [۴۱]، الگوریتم بهینه‌سازی اسب‌های وحشی^{۲۸} [۴۲] مقایسه می‌گردد. پارامترهای الگوریتم‌های مورد مقایسه با توجه به مراجع آنها در جدول ۲ مقدار دهی و استفاده می‌گردد.

جدول ۲: الگوریتم‌های مورد مقایسه و پارامترهای آنها

Algorithm	Parameters
GWO	$a=[2 \text{ to } 0]$
EEGWO	$b_1 = 0.1, b_2 = 0.9, mo = 1.5, a_{initial} = 2, a_{final} = 0$
PSO	$C_1=C_2=2, w=0.9-0.4$
AO	$\alpha = 0.1, \delta = 0.1, \omega = 0.005,$ $\phi_1 = \frac{3\pi}{2}, u = 0.0265, r_0 = 10$
AVOA	$p_1=0.6, p_2=0.4, p_3=0.6$ $\alpha = 0.8, \beta = 0.2, \gamma = 2.5$
HHO	$\beta = 1.5$
WHO	$PS=0.2, PC=0.13$

نتایج ارزیابی الگوریتم پیشنهادی با بعد ۱۰ و بعد ۳۰ در مقایسه با الگوریتم‌های بهبود یافته گرگ خاکستری، ۲۰ بار اجرای مستقل الگوریتم‌ها در جدول ۳ آمده است. در این جدول میانگین خطا، بهترین جواب (کمترین خطا) و انحراف معیار برای الگوریتم‌ها محاسبه می‌گردد. تعداد جمعیت برای هر دو بعد ۱۰۰ در نظر گرفته شده است و تعداد تکرار برای بعد ۱۰، ۱۰۰۰ و برای بعد ۳۰، ۳۰۰۰ در نظر گرفته شده است [۱۴].

در توابع شماره ۱ و ۳ که قابلیت بهره برداری و سرعت دستیابی به جواب مورد ارزیابی قرار می‌گیرند، الگوریتم پیشنهادی خطایی بسیار کمی دارد. این بدین دلیل است که الگوریتم به خوبی فضای مسأله را پیمایش کرده و بهره‌برداری خوبی دارد. در این توابع نتایج سایر الگوریتم‌های مورد مقایسه بسیار ضعیف است، الگوریتم EGWO گرچه در تابع ۱ نتایج خوبی را در دو بعد ۱۰ و ۳۰ نشان نمی‌دهد، اما در تابع ۳ نتایج خوبی را در دو بعد دارد. در این توابع، الگوریتم EEGWO عملکرد بسیار ضعیفی نسبت به سایر نسخه‌های الگوریتم‌های گرگ خاکستری از خود نشان می‌دهد، زیرا این الگوریتم قابلیت اکتشاف و بهره‌برداری ضعیفی دارد.

با استفاده از توابع شماره ۴ تا ۱۰ عملکرد الگوریتم پیشنهادی، برای قابلیت اکتشاف مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به نتایج به دست آمده، الگوریتم پیشنهادی در این توابع خطای کمتری در

در هر دور تکرار برای جلوگیری از رکود در بهینه محلی و یا فرار از موقعیت‌های بد [۳۴]، موقعیت جدیدی در الگوریتم پیشنهادی برای گرگ‌ها محاسبه می‌شود. در صورتی که این موقعیت‌ها بهتر از قبل باشند، جایگزین موقعیت قبلی می‌گردند:

$$\vec{Pos} = \begin{cases} \vec{Pos} + \text{rand}(\vec{Pos}(\text{random permutation}) - \vec{Pos}(\text{random permutation})) & \text{if } \text{rand} \geq 0.1 \\ \vec{Pos} + CC(\text{Iter}) (\overline{X_{min}} + \text{rand} (\overline{X_{max}} - \overline{X_{min}})) & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

که در آن random permutation، یک جایگشت تصادفی از جمعیت (\vec{Pos}) ایجاد می‌کند و موقعیت هر گرگ از یک گرگ تصادفی در جمعیت کم می‌شود و با موقعیت فعلی جمع می‌شود تا موقعیت جدیدی را ایجاد کند. در رابطه فوق با احتمال ۰.۹ بخش اول اجرا می‌شود و با احتمال کمتر از ۰.۱، گرگ‌ها با توجه به بازه فضای مسأله ($\overline{X_{max}}, \overline{X_{min}}$) موقعیت خود را تغییر می‌دهند.

همان‌طور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود، بعد از مقداردهی اولیه، کنترل برنامه وارد حلقه می‌شود و سه گرگ برتر انتخاب می‌گردند. بعد از آن موقعیت جدید گرگ‌ها بر اساس سه گرگ برتر محاسبه می‌شود و با این تغییر موقعیت، دوباره سه گرگ برتر انتخاب می‌شوند. با استفاده از رابطه (۱۴)، موقعیت جدیدی برای گرگ‌ها محاسبه می‌گردد تا در صورتی که موقعیت جدید بهتر باشد، جایگزین موقعیت قبلی گردد و امکان فرار از بهینه محلی فراهم گردد.

۴- نتایج ارزیابی الگوریتم گرگ خاکستری مبتنی بر شرایط

در این بخش عملکرد الگوریتم پیشنهادی براساس توابع محک ۲۰۱۸ (CEC2018) [۳۵] و مسأله مهندسی طراحی مخزن تحت فشار^{۲۳}[۳۶]، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

۴-۱- ارزیابی الگوریتم‌ها بر اساس توابع محک ۲۰۱۸

این مجموعه شامل توابع محک در چندین بخش تک‌حالتی، چندحالتی ساده و ترکیبی می‌باشند. توابع تک‌حالتی (F1, F3) تنها یک نقطه بهینه سراسری داشته و برای ارزیابی قابلیت بهره‌برداری الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده می‌شود. توابع چندحالتی ساده (F4-F10) دارای چند نقطه بهینه محلی بوده و برای ارزیابی قابلیت اکتشاف الگوریتم‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای ارزیابی توازن بین بهره‌برداری و اکتشاف و اجتناب از گیرافتادن در بهینه محلی، توابع ترکیبی (F11-F20) که مجموعه‌ای از توابع تک‌حالتی و چندحالتی می‌باشند، مورد استفاده قرار می‌گیرند.

باشد که نشان می‌دهد با افزایش ابعاد الگوریتم قابلیت بهره‌برداری آن کاهش می‌یابد. این وضعیت در الگوریتم‌های GWO و AGWO نیز در این تابع قابل مشاهده است. از بین الگوریتم‌های مورد مقایسه، الگوریتم‌های AGWO و EEGWO نتایج بسیار ضعیفی دارند.

شکل ۲، نمودار همگرایی الگوریتم پیشنهادی و سایر نسخه‌های الگوریتم‌های گرگ خاکستری در بعد ۱۰، روی توابع ۱ و ۱۲ و در بعد ۳۰ روی توابع ۱۳ و ۱۵ نشان می‌دهد. تابع ۱ تک حالت است و قابلیت بهره‌برداری الگوریتم‌ها را نشان می‌دهد. سایر توابع چند حالتی ترکیبی هستند که توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری و توانایی الگوریتم‌ها در فرار از بهینه‌های محلی را نشان می‌دهند. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود الگوریتم پیشنهادی، با اختلاف زیادی نسبت به سایر الگوریتم‌ها، به میانگین خطای کمتری روی این توابع دست می‌یابد. به عبارت دیگر، الگوریتم پیشنهادی با اکتشاف بهتر، نواحی امیدبخش را بهتر از سایر الگوریتم‌ها یافته است.

میانگین بهترین نتایج دارد و در مجموع کارایی بهتری نسبت به سایر الگوریتم‌های گرگ خاکستری بهبود یافته دارد. در تابع ۶، خطای به‌دست آمده توسط I-GWO کمتر است و در تابع ۹، الگوریتم پیشنهادی با اختلاف کمی در رتبه دوم بعد از EGWO قرار می‌گیرد.

توابع شماره ۱۱ تا ۲۰ که توابع ترکیبی هستند و برای ارزیابی توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری در الگوریتم‌ها و توانایی الگوریتم در فرار از بهینه‌های محلی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این توابع، الگوریتم پیشنهادی با خطای بسیار کمتری نسبت به سایر الگوریتم‌ها در تمام توابع برنده است. الگوریتم EEGWO در این توابع نتایج بسیار ضعیفی دارد. نکته قابل توجه این است که الگوریتم پیشنهادی، با افزایش ابعاد از ۱۰ به ۳۰، خطای نتایج آن چندان تغییر نکرده است، در حالی که در سایر الگوریتم‌ها، خطاهای به دست آمده در بعد ۳۰ نسبت به بعد ۱۰ بسیار قابل توجه است. به عنوان مثال در تابع ۳ که الگوریتم I-GWO در بعد ۱۰ خطای کمی داشته است، در بعد ۳۰ دارای خطای زیاد می‌-

جدول ۳: نتایج مقایسه الگوریتم پیشنهادی (Cb-GWO) با سایر الگوریتم‌های گرگ خاکستری در بعد ۱۰ و بعد ۳۰

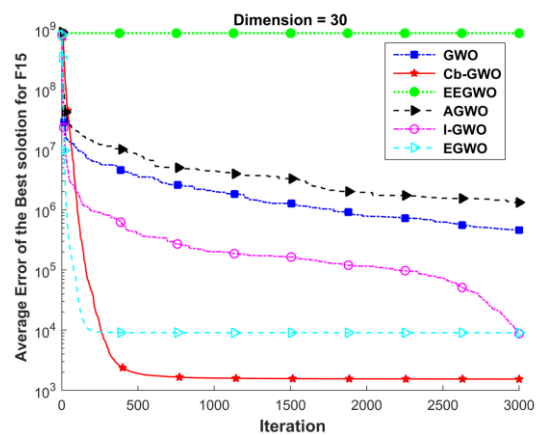
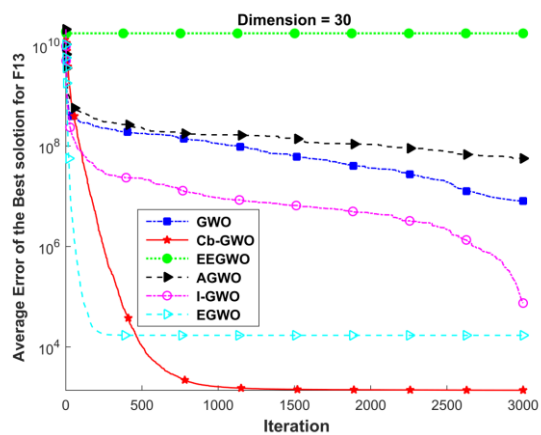
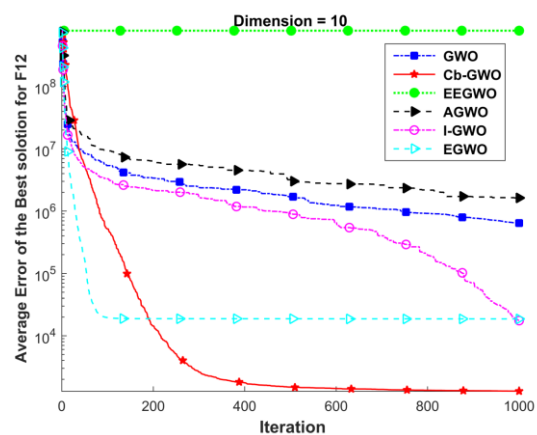
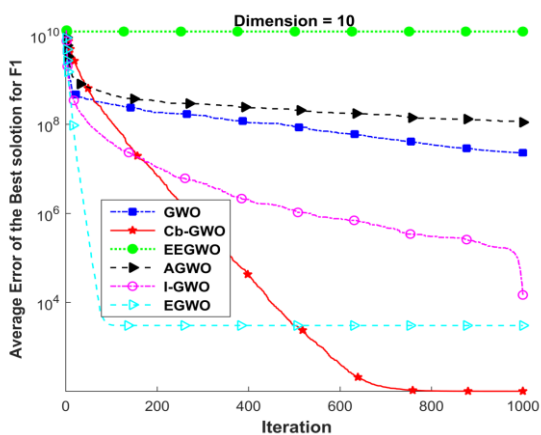
Function	Algorithm	Dimension=10			Dimension=30		
		Min	Mean	STD	Min	Mean	STD
F1	GWO	4.0740E+03	2.2821E+07	7.8175E+07	5.9091E+07	6.9614E+08	5.7333E+08
	Cb-GWO	4.2518E-03	1.3198E-02	6.9397E-03	5.3838E-02	1.6101E-01	9.4585E-02
	EEGWO	8.3374E+09	1.2182E+10	2.3949E+09	5.0176E+10	5.8512E+10	5.5034E+09
	AGWO	4.7659E+07	1.1111E+08	8.5340E+07	1.6116E+09	2.9500E+09	9.5932E+08
	I-GWO	8.4527E+03	1.4540E+04	5.0219E+03	2.0178E+04	4.1670E+04	1.6411E+04
	EGWO	6.1704E+00	2.8981E+03	3.1328E+03	9.0782E-02	4.9511E+03	5.1139E+03
F3	GWO	4.2056E+01	2.2295E+02	3.1530E+02	1.0290E+04	2.8259E+04	1.1611E+04
	Cb-GWO	5.1697E-08	1.6548E-07	1.2068E-07	1.5523E-06	3.2020E-06	1.6832E-06
	EEGWO	5.4427E+03	1.3033E+04	3.5756E+03	8.3406E+04	9.0438E+04	2.5251E+03
	AGWO	7.8441E+01	2.8451E+02	4.0490E+02	1.0125E+04	2.2987E+04	6.9636E+03
	I-GWO	3.9021E-03	3.0719E-02	2.3526E-02	1.8605E+01	8.6257E+02	1.0842E+03
	EGWO	0.0000E+00	3.4106E-14	3.8685E-14	3.5811E-12	2.4290E-05	1.0630E-04
F4	GWO	2.3951E+00	1.0906E+01	8.2583E+00	9.3535E+01	1.4863E+02	3.6393E+01
	Cb-GWO	1.4545E-04	8.1610E-04	5.8826E-04	1.9255E+01	5.7325E+01	1.5522E+01
	EEGWO	4.3294E+02	1.2321E+03	3.8254E+02	1.3181E+04	1.8864E+04	2.5834E+03
	AGWO	9.3036E+00	1.4003E+01	7.4405E+00	1.7476E+02	2.4502E+02	6.4660E+01
	I-GWO	4.3925E-01	1.0563E+00	5.9278E-01	6.8042E+01	8.6775E+01	4.4722E+00
	EGWO	1.0152E-01	5.1475E-01	1.3448E-01	4.4220E+00	7.3084E+01	2.1589E+01
F5	GWO	3.9866E+00	8.9421E+00	4.5364E+00	5.6806E+01	7.7408E+01	1.5997E+01
	Cb-GWO	2.0450E+00	6.1720E+00	2.0106E+00	2.9317E+01	4.0812E+01	8.0389E+00
	EEGWO	9.1391E+01	1.2768E+02	1.6629E+01	4.1547E+02	4.6748E+02	2.4469E+01
	AGWO	2.1790E+01	3.1666E+01	6.3635E+00	1.8152E+02	2.0996E+02	1.7798E+01
	I-GWO	2.9895E+00	7.3582E+00	5.3962E+00	2.3957E+01	6.1025E+01	4.5431E+01
	EGWO	2.9849E+00	1.2430E+01	7.4145E+00	3.0844E+01	5.4613E+01	1.5311E+01
F6	GWO	4.9787E-02	4.1163E-01	4.7802E-01	1.6968E+00	4.1357E+00	1.5890E+00
	Cb-GWO	1.1287E-01	1.9050E-01	6.7089E-02	1.0258E+00	2.0321E+00	5.5671E-01
	EEGWO	4.5888E+01	6.7632E+01	7.8200E+00	9.0233E+01	1.0487E+02	4.5890E+00
	AGWO	4.4261E+00	6.3760E+00	1.5584E+00	1.7236E+01	2.5608E+01	4.0888E+00
	I-GWO	3.1615E-02	4.8469E-02	1.3056E-02	5.6003E-02	9.2223E-02	2.1065E-02
	EGWO	0.0000E+00	1.0232E-13	3.4992E-14	2.2737E-13	1.9529E-03	8.7338E-03
F7	GWO	1.3492E+01	2.6038E+01	1.2567E+01	7.4749E+01	1.3534E+02	4.1458E+01
	Cb-GWO	1.1716E+01	1.7117E+01	3.6783E+00	6.2269E+01	8.1498E+01	9.4200E+00
	EEGWO	1.1980E+02	1.3863E+02	9.4232E+00	6.6242E+02	7.5507E+02	4.5596E+01
	AGWO	3.6537E+01	4.5925E+01	4.9920E+00	2.3454E+02	2.7711E+02	2.4368E+01
	I-GWO	1.1934E+01	2.2191E+01	7.8148E+00	4.8404E+01	8.3008E+01	4.6731E+01
	EGWO	1.0580E+01	2.1233E+01	5.1146E+00	6.7149E+01	9.4482E+01	1.7873E+01

ادامه جدول ۳: نتایج مقایسه الگوریتم پیشنهادی (Cb-GWO) با سایر الگوریتم‌های گرگ خاکستری در بعد ۱۰ و بعد ۳۰

Function	Algorithm	Dimension=10			Dimension=30		
		Min	Mean	STD	Min	Mean	STD
F8	GWO	4.9827E+00	1.1673E+01	4.0885E+00	4.7410E+01	8.3485E+01	3.1883E+01
	Cb-GWO	3.9901E+00	6.4492E+00	1.3424E+00	3.3251E+01	4.2984E+01	6.3249E+00
	EEGWO	5.0361E+01	6.9400E+01	7.5499E+00	3.3958E+02	3.8013E+02	1.9102E+01
	AGWO	1.2464E+01	2.2620E+01	4.4350E+00	1.5495E+02	1.8863E+02	2.2827E+01
	I-GWO	9.9619E-01	4.8845E+00	3.9544E+00	1.6983E+01	5.0869E+01	4.1769E+01
	EGWO	4.9748E+00	1.1492E+01	5.5582E+00	3.7808E+01	5.8553E+01	1.1967E+01
F9	GWO	8.3208E-02	8.4726E-01	1.7133E+00	1.0347E+02	4.8551E+02	2.9621E+02
	Cb-GWO	5.1448E-03	1.7537E-02	7.6633E-03	1.0803E+00	7.7851E+00	8.0899E+00
	EEGWO	4.0751E+02	9.8237E+02	2.4894E+02	1.0749E+04	1.3135E+04	1.1852E+03
	AGWO	2.8461E+00	1.6116E+01	1.6668E+01	8.1439E+02	1.6879E+03	5.4010E+02
	I-GWO	4.5861E-04	1.7117E-03	1.0611E-03	2.3593E-02	1.1157E-01	6.2917E-02
	EGWO	0.0000E+00	2.0981E-01	5.3489E-01	4.3575E+00	1.2039E+02	2.2674E+02
F10	GWO	5.6863E+01	5.7306E+02	2.8183E+02	1.8461E+03	2.9281E+03	5.1891E+02
	Cb-GWO	1.4508E+02	2.8707E+02	8.5659E+01	2.0566E+03	2.8606E+03	3.9169E+02
	EEGWO	1.8227E+03	2.2428E+03	2.0929E+02	7.4319E+03	8.4328E+03	4.1558E+02
	AGWO	2.5512E+02	8.6939E+02	3.0660E+02	3.8077E+03	6.0277E+03	8.1940E+02
	I-GWO	2.3316E-01	3.1700E+02	3.3823E+02	1.4298E+03	4.2593E+03	2.2066E+03
	EGWO	2.8471E+01	4.4893E+02	2.5990E+02	2.1035E+03	2.8694E+03	4.9354E+02
F11	GWO	3.8590E+00	2.9913E+01	3.7349E+01	1.6622E+02	3.6159E+02	5.4810E+02
	Cb-GWO	5.3282E-01	2.0924E+00	9.5607E-01	1.7057E+01	3.6387E+01	1.1624E+01
	EEGWO	1.4516E+03	4.1177E+03	2.0349E+03	5.2902E+03	1.0975E+04	2.7123E+03
	AGWO	1.7116E+01	3.3339E+01	9.5967E+00	2.7173E+02	4.9108E+02	2.5296E+02
	I-GWO	1.8610E-01	2.2906E+00	1.7480E+00	4.6147E+00	3.7708E+01	2.8114E+01
	EGWO	9.9496E-01	4.1374E+00	2.7225E+00	1.6567E+01	6.8740E+01	4.2737E+01
F12	GWO	1.7162E+04	6.4052E+05	7.8360E+05	1.9310E+06	3.3584E+07	3.5276E+07
	Cb-GWO	1.7237E+01	8.1008E+01	2.9813E+01	5.2344E+02	8.9914E+02	2.3220E+02
	EEGWO	2.0546E+08	7.8793E+08	3.3686E+08	1.0326E+10	1.5648E+10	3.0287E+09
	AGWO	8.7631E+04	1.6263E+06	1.4682E+06	1.0404E+08	1.9997E+08	6.8033E+07
	I-GWO	2.3816E+03	1.6220E+04	1.4993E+04	2.3449E+05	6.9581E+05	4.2482E+05
	EGWO	5.5463E+02	1.7352E+04	1.4218E+04	2.5628E+04	5.7936E+04	2.7915E+04
F13	GWO	1.9271E+03	8.9335E+03	6.4633E+03	3.2080E+04	8.0122E+06	2.9858E+07
	Cb-GWO	5.9911E+00	1.0604E+01	1.9793E+00	5.7307E+01	7.4553E+01	1.4246E+01
	EEGWO	4.7668E+04	3.3581E+07	3.1409E+07	1.0987E+10	1.7441E+10	4.0471E+09
	AGWO	2.1315E+03	1.0232E+04	8.0543E+03	8.3430E+06	5.6544E+07	2.6607E+07
	I-GWO	1.5272E+02	3.8515E+02	1.7553E+02	2.1898E+04	7.3112E+04	3.3265E+04
	EGWO	1.8403E+01	7.3397E+03	8.9387E+03	3.8755E+02	1.5698E+04	1.1869E+04
F14	GWO	5.3296E+01	7.6418E+02	1.4115E+03	2.8490E+02	1.5068E+05	2.8167E+05
	Cb-GWO	4.6023E+00	9.8731E+00	3.5325E+00	3.4181E+01	4.3056E+01	4.6373E+00
	EEGWO	5.8896E+03	2.3991E+05	3.5276E+05	3.8991E+06	1.4080E+07	8.5527E+06
	AGWO	6.4112E+01	1.1768E+02	2.8580E+01	2.2918E+04	8.3940E+04	8.9973E+04
	I-GWO	1.8747E+01	4.4301E+01	1.0411E+01	2.9250E+02	1.9769E+03	2.3187E+03
	EGWO	1.9199E+01	1.7052E+03	1.8967E+03	1.3578E+03	9.6077E+03	4.7280E+03
F15	GWO	2.4403E+01	1.7180E+03	1.9146E+03	9.4231E+03	4.5884E+05	9.4577E+05
	Cb-GWO	1.3222E+00	2.0302E+00	5.1342E-01	1.1569E+01	3.1510E+01	9.7742E+00
	EEGWO	1.2102E+04	5.4856E+04	3.7445E+04	1.7009E+08	8.5980E+08	3.6926E+08
	AGWO	4.9906E+01	4.1897E+02	8.2553E+02	1.9417E+05	1.3196E+06	1.0305E+06
	I-GWO	7.5884E+00	2.1372E+01	1.0896E+01	1.0387E+03	7.2198E+03	1.0217E+04
	EGWO	1.3638E+01	4.1934E+03	4.6145E+03	4.1226E+01	7.5293E+03	8.7051E+03
F16	GWO	6.4575E+00	6.2114E+01	5.0889E+01	2.8996E+02	6.9024E+02	2.4355E+02
	Cb-GWO	1.5382E+00	2.5390E+00	7.8286E-01	2.0705E+02	4.7780E+02	1.5527E+02
	EEGWO	4.4811E+02	7.7158E+02	1.2220E+02	4.3355E+03	5.6245E+03	7.3684E+02
	AGWO	2.1918E+01	5.9707E+01	5.2955E+01	5.4416E+02	1.0489E+03	2.5891E+02
	I-GWO	1.5299E+00	3.2644E+00	1.4287E+00	7.5742E+00	1.8811E+02	2.0447E+02
	EGWO	2.4994E-01	6.3195E+01	1.0127E+02	1.5281E+02	7.8759E+02	3.0702E+02
F17	GWO	2.3619E+01	5.2095E+01	2.5305E+01	8.8559E+01	2.6922E+02	1.1877E+02
	Cb-GWO	2.2101E+01	2.6007E+01	3.1956E+00	5.7075E+01	9.5935E+01	2.4786E+01
	EEGWO	1.1060E+02	1.9976E+02	5.8601E+01	1.9468E+03	5.1882E+03	4.3771E+03
	AGWO	4.2138E+01	5.5369E+01	1.8151E+01	1.8283E+02	3.6604E+02	1.2493E+02
	I-GWO	3.6104E+00	2.8121E+01	8.9457E+00	2.6316E+01	1.0726E+02	9.4388E+01
	EGWO	2.4303E+00	3.0080E+01	3.3469E+01	4.0802E+01	3.0776E+02	2.1650E+02
F18	GWO	1.0572E+03	2.3209E+04	1.5007E+04	3.6159E+04	6.0491E+05	5.5738E+05
	Cb-GWO	3.6954E+00	6.1040E+00	1.5124E+00	2.8267E+01	3.1436E+01	2.7843E+00
	EEGWO	1.1012E+07	2.4454E+08	2.1093E+08	3.5671E+06	1.1091E+08	8.3357E+07
	AGWO	1.8132E+04	3.9053E+04	1.4395E+04	2.8496E+05	8.7611E+05	4.5735E+05
	I-GWO	4.0735E+02	2.3788E+03	1.9671E+03	3.3376E+04	8.7490E+04	5.4636E+04
	EGWO	4.9151E+02	6.6706E+03	4.9107E+03	1.4098E+04	1.7280E+05	1.3488E+05

ادامه جدول ۳: نتایج مقایسه الگوریتم پیشنهادی (Cb-GWO) با سایر الگوریتم‌های گرگ خاکستری در بعد ۱۰ و بعد ۳۰

Function	Algorithm	Dimension=10			Dimension=30		
		Min	Mean	STD	Min	Mean	STD
F19	GWO	4.8390E+00	2.8753E+03	5.0432E+03	4.8368E+03	3.6741E+05	2.9220E+05
	Cb-GWO	1.5773E+00	2.1495E+00	3.8844E-01	1.9141E+01	2.3403E+01	2.1147E+00
	EEGWO	5.5301E+05	1.1317E+07	1.5339E+07	5.1794E+08	1.2570E+09	4.0082E+08
	AGWO	3.1396E+01	5.3084E+02	1.8431E+03	1.3263E+06	3.5385E+06	1.7178E+06
	I-GWO	8.6713E+00	1.9111E+01	6.7819E+00	3.0500E+02	5.8385E+03	7.2343E+03
	EGWO	8.8067E+01	4.9250E+03	6.0626E+03	4.6427E+02	1.2101E+04	1.2099E+04
F20	GWO	2.4167E+01	5.3826E+01	3.2440E+01	1.3701E+02	3.1104E+02	9.0763E+01
	Cb-GWO	1.6657E+00	1.5029E+01	9.4115E+00	4.7169E+01	8.3048E+01	1.9805E+01
	EEGWO	2.4035E+02	3.4956E+02	5.7004E+01	1.0051E+03	1.3585E+03	1.6111E+02
	AGWO	3.5967E+01	7.3930E+01	3.9450E+01	2.3625E+02	4.2258E+02	1.1316E+02
	I-GWO	1.0179E+00	2.2537E+01	8.5470E+00	2.6050E+01	1.1477E+02	8.9788E+01
	EGWO	3.1217E-01	2.5788E+01	4.2034E+01	3.3437E+01	3.1995E+02	1.8506E+02



شکل ۲: نمودار همگرایی الگوریتم گرگ خاکستری مبتنی بر موقعیت و سایر نسخه‌های الگوریتم‌های گرگ خاکستری در بعد ۱۰ روی توابع ۱ و ۱۲ و بعد ۳۰ روی توابع ۱۳ و ۱۵

همان‌طور که از رتبه بندی‌ها در این جدول‌ها مشخص است الگوریتم پیشنهادی بهترین رتبه را در هر دو بعد دارد و الگوریتم I-GWO با اختلاف زیادی در رتبه بعدی قرار دارد. الگوریتم EEGWO از همه الگوریتم‌های مورد مقایسه، حتی الگوریتم اصلی گرگ خاکستری، نتایج ضعیف‌تری را ارائه می‌دهد.

در جدول ۴ و جدول ۵، نتایج آزمون فریدمن براساس ۲۰ دور اجرای مستقل الگوریتم‌های جدول ۳، به ترتیب برای ابعاد ۱۰ و ۳۰ آورده شده است. نتایج بر اساس کمترین خطای به دست آمده در هر اجرا است. آزمون فریدمن [۴۳]، آزمونی ناپارامتری آماری است که برای مقایسه میانگین رتبه‌ها در گروه‌ها استفاده می‌شود.

کفتار خالدار [۴۱]، الگوریتم بهینه‌سازی اسب‌های وحشی [۴۲] مقایسه شده است. الگوریتم ازدحام ذرات از الگوریتم‌های فراابتکاری پایه است و الگوریتم عقاب، الگوریتم بهینه‌سازی کرکس آفریقایی، الگوریتم بهینه‌سازی شاهین هریس و الگوریتم بهینه‌سازی اسب‌های وحشی از جدیدترین الگوریتم‌های فراابتکاری می‌باشند. الگوریتم بهینه‌سازی کفتار خالدار نیز ساختاری شبیه الگوریتم گرگ خاکستری دارد به همین دلیل برای مقایسه انتخاب شده است.

جدول ۶: نتایج الگوریتم پیشنهادی با سایر الگوریتم‌ها روی توابع محک CEC2018 در بعد ۳۰

Function	Algorithm	Dimension=30		
		Min	Mean	STD
F1	Cb-GWO	5.3838E-02	1.6101E-01	9.4585E-02
	PSO	5.0195E+00	4.6841E+03	4.9920E+03
	AO	1.4883E+06	3.4652E+06	9.7066E+05
	AVOA	4.7037E+00	3.3987E+03	3.4971E+03
	HHO	5.4946E+06	8.3343E+06	2.1060E+06
	SHO	5.7295E+10	6.6936E+10	4.8260E+09
	WHO	5.0167E-06	3.4293E-03	7.0639E-03
F3	Cb-GWO	1.5523E-06	3.2020E-06	1.6832E-06
	PSO	1.9821E+03	4.0039E+03	1.4435E+03
	AO	2.5177E+03	6.4619E+03	2.7148E+03
	AVOA	1.8498E-05	1.0518E+01	4.0277E+01
	HHO	1.9831E+02	6.6153E+02	2.1586E+02
	SHO	9.0154E+04	4.9152E+06	1.3615E+07
	WHO	8.6157E-05	7.2148E-02	1.5414E-01
F4	Cb-GWO	1.9255E+01	5.7325E+01	1.5522E+01
	PSO	7.3007E+01	1.3441E+02	2.9312E+01
	AO	7.5381E+01	1.2475E+02	2.7628E+01
	AVOA	4.7600E+00	8.4229E+01	2.9690E+01
	HHO	7.7279E+01	1.0977E+02	1.8718E+01
	SHO	1.7982E+04	2.2651E+04	2.7495E+03
	WHO	8.6680E-01	5.6178E+01	3.1985E+01
F5	Cb-GWO	2.9317E+01	4.0812E+01	8.0389E+00
	PSO	2.9849E+01	6.0762E+01	1.4587E+01
	AO	1.1137E+02	1.4393E+02	2.8197E+01
	AVOA	1.4327E+02	1.9094E+02	3.0847E+01
	HHO	1.7647E+02	2.2117E+02	2.8611E+01
	SHO	4.5786E+02	5.0933E+02	3.1248E+01
	WHO	3.4824E+01	5.1310E+01	1.1109E+01
F6	Cb-GWO	1.0258E+00	2.0321E+00	5.5671E-01
	PSO	1.7664E-05	1.9651E-02	4.2710E-02
	AO	2.3235E+01	3.7585E+01	6.4488E+00
	AVOA	2.2201E+01	3.2701E+01	7.2330E+00
	HHO	4.4423E+01	5.8939E+01	5.7838E+00
	SHO	1.0070E+02	1.2381E+02	1.2439E+01
	WHO	2.1358E-05	2.1348E-01	4.0351E-01
F7	Cb-GWO	6.2269E+01	8.1498E+01	9.4200E+00
	PSO	4.5590E+01	1.1233E+02	2.9412E+01
	AO	1.4476E+02	2.3749E+02	4.4911E+01
	AVOA	2.5327E+02	3.4196E+02	6.0328E+01
	HHO	3.4532E+02	5.0027E+02	6.1152E+01
	SHO	7.5111E+02	8.0306E+02	2.3043E+01
	WHO	6.2696E+01	9.2422E+01	1.2669E+01

جدول ۴: نتایج مقایسه و ارزیابی الگوریتم پیشنهادی با سایر الگوریتم‌های بهبود یافته گرگ بر اساس آزمون فریدمن در بعد ۱۰

Function	GWO	Cb-GWO	EEGWO	AGWO	I-GWO	EGWO
F1	3.7	1	6	4.95	3.35	2
F3	4.4	2	6	4.6	3	1
F4	4.2	1	6	4.8	2.9	2.1
F5	2.8	2.35	6	5	1.85	3
F6	3.4	3.5	6	5	2.1	1
F7	3	1.7	6	4.95	2.75	2.6
F8	3.45	2.15	6	4.85	1.4	3.15
F9	3.9	2.75	6	5	1.75	1.6
F10	3.4	2.05	6	4.5	2.2	2.85
F11	4.25	2	6	4.7	1.65	2.4
F12	4.05	1	6	4.85	2.5	2.6
F13	4.3	1	6	4.2	2.15	3.35
F14	3.5	1	6	3.9	2.15	4.45
F15	4.05	1	6	3.55	2.05	4.35
F16	4.15	1.9	6	4.2	2.2	2.55
F17	4.05	1.95	6	4.5	2.45	2.05
F18	3.95	1	6	4.8	2.3	2.95
F19	3.4	1	6	3.8	2.1	4.7
F20	4.05	1.9	6	4.65	2.55	1.85
Sum	72	32.25	114	86.8	43.4	50.55
Rank	4	1	6	5	2	3

جدول ۵: نتایج مقایسه و ارزیابی الگوریتم پیشنهادی با سایر الگوریتم‌های بهبود یافته گرگ بر اساس آزمون فریدمن در بعد ۳۰

Function	GWO	Cb-GWO	EEGWO	AGWO	I-GWO	EGWO
F1	4	1	6	5	3	2
F3	4.65	1.9	6	4.35	3	1.1
F4	4.05	1.15	6	4.95	2.95	1.9
F5	3.6	1.8	6	5	2.1	2.5
F6	3.9	3.1	6	5	2	1
F7	3.6	2.2	6	5	1.65	2.55
F8	3.55	1.85	6	4.95	1.65	3
F9	3.95	2.15	6	4.95	1	2.95
F10	2.7	2.25	6	4.75	3.05	2.25
F11	4.1	1.9	6	4.9	1.7	2.4
F12	4.05	1	6	4.95	3	2
F13	3.7	1	6	4.9	3.35	2.05
F14	3.9	1	6	4.6	2.1	3.4
F15	4.1	1	6	4.9	2.55	2.45
F16	3.2	2.4	6	4.55	1.15	3.7
F17	3.55	1.9	6	4.25	1.75	3.55
F18	3.95	1	6	4.75	2.4	2.9
F19	3.95	1	6	5	2.45	2.6
F20	3.6	1.5	6	4.45	1.85	3.6
Sum	72.1	31.1	114	91.2	42.7	47.9
Rank	4	1	6	5	2	3

در جدول ۶، نتایج الگوریتم پیشنهادی روی توابع محک CEC2018 در بعد ۳۰ با الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات [۳۷]، الگوریتم عقاب [۳۸]، الگوریتم بهینه‌سازی کرکس آفریقایی [۳۹]، الگوریتم بهینه‌سازی شاهین هریس [۴۰]، الگوریتم بهینه‌سازی

جدول ۶ (ادامه): نتایج الگوریتم پیشنهادی و سایر الگوریتم‌ها روی توابع محک CEC2018 در بعد ۳۰

Function	Algorithm	Dimension=30		
		Min	Mean	STD
F16	Cb-GWO	2.0705E+02	4.7780E+02	1.5527E+02
	PSO	3.1619E+02	7.0887E+02	2.6010E+02
	AO	6.8833E+02	1.2186E+03	3.3854E+02
	AVOA	8.5403E+02	1.2609E+03	2.3964E+02
	HHO	6.2947E+02	1.5562E+03	3.7943E+02
	SHO	3.6030E+03	5.3956E+03	1.1498E+03
	WHO	1.5406E+02	5.0301E+02	1.7293E+02
F17	Cb-GWO	5.7075E+01	9.5935E+01	2.4786E+01
	PSO	4.5487E+02	2.0777E+02	1.0208E+02
	AO	1.3199E+02	5.5138E+02	2.6997E+02
	AVOA	1.9558E+02	5.4331E+02	2.2967E+02
	HHO	3.8074E+02	8.1133E+02	2.4585E+02
	SHO	1.8475E+03	4.9033E+03	1.9202E+03
	WHO	6.6025E+01	1.7384E+02	8.1473E+01
F18	Cb-GWO	2.8267E+01	3.1436E+01	2.7843E+00
	PSO	8.4604E+03	2.7837E+05	1.9820E+05
	AO	5.1051E+04	1.1585E+06	1.0312E+06
	AVOA	4.4215E+04	1.5258E+05	1.0797E+05
	HHO	9.7339E+04	6.6324E+05	1.1553E+06
	SHO	4.1898E+07	1.7388E+08	1.3136E+08
	WHO	6.0295E+03	2.9701E+04	2.3058E+04
F19	Cb-GWO	1.9141E+01	2.3403E+01	2.1147E+00
	PSO	4.2079E+02	2.2861E+04	1.7908E+04
	AO	5.8130E+04	2.8352E+05	2.0208E+05
	AVOA	2.9553E+02	7.9089E+03	8.1468E+03
	HHO	1.2927E+04	1.5773E+05	1.2421E+05
	SHO	9.4379E+08	2.7789E+09	1.4550E+09
	WHO	3.4704E+01	1.6002E+02	1.1100E+02
F20	Cb-GWO	4.7169E+01	8.3048E+01	1.9805E+01
	PSO	3.5360E+01	1.6341E+02	1.3028E+02
	AO	1.2170E+02	4.2213E+02	1.3313E+02
	AVOA	1.4654E+02	4.7478E+02	2.2664E+02
	HHO	3.8577E+02	6.3367E+02	1.7034E+02
	SHO	1.1350E+03	1.4535E+03	1.7572E+02
	WHO	1.0648E+02	2.6469E+02	9.3516E+01

جدول ۶ (ادامه): نتایج الگوریتم پیشنهادی و سایر الگوریتم‌ها روی توابع محک CEC2018 در بعد ۳۰

Function	Algorithm	Dimension=30		
		Min	Mean	STD
F8	Cb-GWO	3.3251E+01	4.2984E+01	6.3249E+00
	PSO	4.0009E+01	6.1566E+01	1.1808E+01
	AO	8.5575E+01	1.2926E+02	2.0932E+01
	AVOA	9.2531E+01	1.4374E+02	2.4536E+01
	HHO	1.2071E+02	1.5057E+02	1.9540E+01
	SHO	3.4998E+02	4.0037E+02	2.2213E+01
	WHO	3.4824E+01	5.5429E+01	1.1559E+01
F9	Cb-GWO	1.0803E+00	7.7851E+00	8.0899E+00
	PSO	6.7253E+00	7.5515E+01	9.4161E+01
	AO	1.9392E+03	3.1661E+03	8.9282E+02
	AVOA	2.4279E+03	4.2153E+03	9.1910E+02
	HHO	3.7929E+03	4.9362E+03	7.5192E+02
	SHO	1.3261E+04	1.9147E+04	5.4842E+03
	WHO	4.6327E+00	7.0548E+01	6.6713E+01
F10	Cb-GWO	2.0566E+03	2.8606E+03	3.9169E+02
	PSO	1.3772E+03	2.4357E+03	5.5403E+02
	AO	3.1181E+03	3.9825E+03	4.3316E+02
	AVOA	1.9862E+03	3.7497E+03	7.1246E+02
	HHO	3.2476E+03	4.4451E+03	8.1646E+02
	SHO	7.9699E+03	8.8527E+03	5.0453E+02
	WHO	2.6428E+03	3.1400E+03	3.8763E+02
F11	Cb-GWO	1.7057E+01	3.6387E+01	1.1624E+01
	PSO	1.8893E+01	9.5994E+01	4.2043E+01
	AO	1.3212E+02	2.3543E+02	8.2723E+01
	AVOA	5.2746E+01	1.4199E+02	5.2466E+01
	HHO	5.2416E+01	1.4695E+02	5.9622E+01
	SHO	1.1035E+04	2.6653E+04	1.0488E+04
	WHO	1.4171E+01	6.7304E+01	4.5225E+01
F12	Cb-GWO	5.2344E+02	8.9914E+02	2.3220E+02
	PSO	2.1327E+04	4.4857E+05	6.7552E+05
	AO	2.8487E+06	1.0111E+07	8.9430E+06
	AVOA	3.5681E+05	1.3559E+06	1.0783E+06
	HHO	1.7015E+06	8.2503E+06	4.2319E+06
	SHO	1.0531E+10	1.8285E+10	3.7437E+09
	WHO	3.5822E+03	3.8919E+04	9.9017E+04
F13	Cb-GWO	5.7307E+01	7.4553E+01	1.4246E+01
	PSO	9.2995E+01	9.1159E+03	1.2533E+04
	AO	6.8740E+04	2.0232E+05	8.0580E+04
	AVOA	9.6469E+03	4.1629E+04	2.4442E+04
	HHO	8.0888E+04	1.7225E+05	7.1187E+04
	SHO	7.4355E+09	1.7543E+10	5.6568E+09
	WHO	2.2110E+03	2.3904E+04	2.1276E+04
F14	Cb-GWO	3.4181E+01	4.3056E+01	4.6373E+00
	PSO	3.1259E+02	1.9537E+04	1.4609E+04
	AO	1.1167E+04	1.1727E+05	1.3903E+05
	AVOA	1.0651E+03	2.2925E+04	1.6940E+04
	HHO	1.6695E+03	2.5303E+04	3.3438E+04
	SHO	1.4829E+06	1.7442E+07	1.1254E+07
	WHO	1.4770E+02	1.7400E+03	3.6197E+03
F15	Cb-GWO	1.1569E+01	3.1510E+01	9.7742E+00
	PSO	8.3857E+01	9.6100E+03	9.2413E+03
	AO	2.1315E+04	7.0029E+04	3.8822E+04
	AVOA	9.4457E+02	1.5960E+04	1.5622E+04
	HHO	8.0579E+03	4.6827E+04	3.4322E+04
	SHO	7.4151E+08	2.0064E+09	1.2626E+09
	WHO	5.5460E+01	9.0948E+03	1.3608E+04

همان‌طور که در جدول ۶، دیده می‌شود، روش پیشنهادی در تمام توابع به غیر از تابع ۱، ۴ و ۶ خطای کمتری را نشان می‌دهد. در این دو تابع الگوریتم اسب وحشی با اختلاف کمی نتایج بهتری را نشان می‌دهد. در تابع ۳، الگوریتم پیشنهادی تفاوت قابل توجهی در به دست آوردن خطای کمتر نسبت به سایر الگوریتم‌ها از خود نشان می‌دهد. این تابع و تابع ۱ از نوع تک حالت می‌باشد و از روی آن قابلیت بهره‌برداری الگوریتم‌ها ارزیابی می‌گردد. سایر الگوریتم‌ها نتایج ضعیفی را در این دو تابع دارند و در این میان عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی کفتارهای خالدار از همه ضعیف‌تر است.

در تابع ۴ تا تابع ۱۰، که چند حالت ساده می‌باشند و قابلیت اکتشاف الگوریتم‌ها مقایسه می‌گردد، توانایی الگوریتم پیشنهادی در فرار از بهینه‌های محلی نسبت به سایر الگوریتم‌های مورد مقایسه بهتر است. در کل در این توابع، الگوریتم پیشنهادی خطای

Consider $\vec{x} = [x_1 x_2 x_3 x_4]$, (۱۵)

Minimize $f(\vec{x}) = 0.6224x_1x_3x_4 + 1.7781x_2x_3^2 + 3.1661x_1^2x_4 + 19.84x_1^2x_3$,

Subject to $g_1(\vec{x}) = -x_1 + 0.0193x_3 \leq 0$,
 $g_2(\vec{x}) = -x_3 + 0.00954x_3 \leq 0$,
 $g_3(\vec{x}) = -\pi x_2^2 x_4 - \frac{4}{3}\pi x_3^3 + 1296000 \leq 0$,
 $g_4(\vec{x}) = x_4 - 240 \leq 0$,

Variable range $0 \leq x_1 \leq 99$,

کمتری تولید می‌کند و الگوریتم بهینه سازی اسب وحشی در جایگاه بعدی قرار دارد.

در توابع ۱۱ تا ۲۰ که توابع ترکیبی می‌باشند و توازن بین قابلیت اکتشاف و بهره‌برداری در این توابع مورد ارزیابی قرار می‌گیرد، روش پیشنهادی اختلاف قابل ملاحظه‌ای در مقابل سایر روش‌ها دارد و در این توابع، روش پیشنهادی با برتری کامل در تمام این توابع، نتایج بهتری را به دست آورده است.

همان گونه که مشاهده شد، نسخه‌های مختلف الگوریتم گرگ مورد مقایسه با روش پیشنهادی، از اکتشاف ضعیفی برخوردار هستند، بنابراین به دام بهینه‌های محلی گرفتار می‌آیند و براساس ساختار الگوریتم‌ها، امکان فرار از بهینه های محلی را ندارند، در این صورت دچار همگرایی زودرس می‌گردند. حتی در توابع تک حالتی که توابع ساده‌ای برای بهینه‌سازی هستند، راه حل مناسبی ارائه نمی‌دهند. همین نقطه ضعف باعث می‌شود که در توابع چند حالتی نیز، نتایج خوبی را به دست نیاورند. در صورتی که در روش پیشنهادی با استفاده از رابطه (۱۰) اکتشاف به خوبی انجام می‌شود و روابط (۱۲) و (۱۳) حرکت تدریجی به سمت بهره‌برداری تا کامل شدن بهره‌برداری را انجام می‌دهند. رابطه (۱۴)، امکان فرار از بهینه‌های محلی در هر مرحله فراهم می‌آورد.

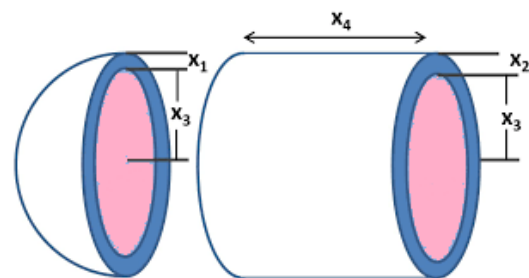
در جدول ۷، نتایج نسخه‌های الگوریتم‌های بهینه‌سازی گرگ خاکستری در مقایسه با الگوریتم پیشنهادی روی مسأله طراحی مخزن تحت فشار نشان داده شده است. در این جدول تعداد جمعیت برابر ۱۰۰ و تعداد تکرارها برابر با ۱۰۰۰ در نظر گرفته شده است. همان طور که مشاهده می‌شود الگوریتم پیشنهادی گرگ خاکستری مبتنی بر شرایط، حداقل هزینه را در بین الگوریتم‌های مورد مقایسه به دست آورده است. در این جدول الگوریتم EEGWO از بقیه الگوریتم‌ها بسیار ضعیف‌تر عمل کرده است.

۴-۲- ارزیابی الگوریتم‌ها در یافتن پارامترهای بهینه برای طراحی مسأله مهندسی مخزن تحت فشار

در شکل ۳، ساختار یک مخزن تحت فشار نشان داده شده است. در این مسأله، هدف بهینه کردن هزینه کل طراحی مخزن تحت فشار است که شامل هزینه مواد، شکل‌دهی و جوشکاری است [۳۶].

جدول ۷: نتایج الگوریتم پیشنهادی و سایر الگوریتم‌ها روی مسأله طراحی مخزن تحت فشار

Algorithm	Optimal values for variables				Optimum Cost
	x_1	x_2	x_3	x_4	
GWO	0.781	0.387	40.435	198.433	5892.880
Cb-GWO	0.778	0.385	40.320	200.000	5885.336
EEGWO	6.014	30.921	72.878	80.991	376528.303
AGWO	0.839	0.425	43.101	175.621	6171.210
I-GWO	0.778	0.385	40.332	199.865	5887.375
EGWO	0.969	0.479	50.192	103.985	6332.488



شکل (۳) ساختار یک مخزن تحت فشار

۵- نتیجه‌گیری

الگوریتم‌های فراابتکاری دارای مزایای زیادی از جمله سادگی، انعطاف‌پذیری و پیدا کردن راه حل‌های خوب در زمان قابل قبول می‌باشند. همین مزایا باعث شده تا اکثر محققان از این الگوریتم‌ها برای حل مسائل پیچیده دنیای واقعی استفاده نمایند. تاکنون الگوریتم‌های فراابتکاری جدید یا نسخه‌های بهبود یافته آنها در انواع مسائل بهینه‌سازی به کار گرفته شده است اما هنوز نیاز است بر روی بهبود ساختار الگوریتم‌های فراابتکاری تمرکز نمود تا این الگوریتم‌ها بتوانند راه‌حل‌های بهتری را ارائه دهند. یکی از

متغیرهایی که بایستی بهینه گردند تا هزینه حداقل گردد عبارتند از: متغیرها ضخامت پوسته (x_1)، ضخامت سر (x_2)، شعاع داخل (x_3) و طول بخش استوانه‌ای طرف (x_4).. تابع هدف این مسأله به صورت زیر تعریف می‌گردد [۳۶]:

- “Improved centripetal accelerated particle swarm optimization,” *Int. J. Adv. Soft Comput. its Appl.*, vol. 8, no. 2, pp. 1–26, 2016.
- [2] R. Salgotra, U. Singh, S. Singh, G. Singh, and N. Mittal, “Self-adaptive salp swarm algorithm for engineering optimization problems,” *Appl. Math. Model.*, vol. 89, pp. 188–207, 2021.
- [3] H. Majani and M. Nasri, “Water Streams Optimization (WSTO): A new Metaheuristic Optimization method in High-Dimensional Problems,” *J. Soft Comput. Inf. Technol.*, vol. 10, no. 1, pp. 36–51, 2021.
- [4] R. Sabbagh Gol and N. Daneshpour, “An Improved View Selection Algorithm in Data Warehouses by Shuffled Frog Leaping Algorithm in 0/1 Knapsack Problem,” *J. Soft Comput. Inf. Technol.*, vol. 9, no. 3, pp. 163–179, 2020.
- [5] Z. Beheshti, “UTF: Upgrade transfer function for binary metaheuristic algorithms,” *Appl. Soft Comput.*, vol. 106, p. 107346, 2021.
- [6] Z. Beheshti, “BMNABC: Binary Multi-Neighborhood Artificial Bee Colony for High-Dimensional Discrete Optimization Problems,” *Cybern. Syst.*, vol. 49, no. 7–8, pp. 452–474, 2018.
- [7] S. Mirjalili, S. M. Mirjalili, and A. Lewis, “Grey wolf optimizer,” *Adv. Eng. Softw.*, vol. 69, pp. 46–61, 2014.
- [8] M. Liu, K. Luo, J. Zhang, and S. Chen, “A stock selection algorithm hybridizing grey wolf optimizer and support vector regression,” *Expert Syst. Appl.*, vol. 179, p. 115078, 2021.
- [9] W. Xie, W.-Z. Wu, C. Liu, T. Zhang, and Z. Dong, “Forecasting fuel combustion-related CO₂ emissions by a novel continuous fractional nonlinear grey Bernoulli model with grey wolf optimizer,” *Environ. Sci. Pollut. Res.*, vol. 28, no. 28, pp. 38128–38144, 2021.
- [10] D. Hasterok, R. Castro, M. Landrat, K. Pikoń, M. Doepfert, and H. Morais, “Polish Energy Transition 2040: Energy Mix Optimization Using Grey Wolf Optimizer,” *Energies*, vol. 14, no. 2, 2021.
- [11] S. N. Makhadmeh *et al.*, “Smart Home Battery for the Multi-Objective Power Scheduling Problem in a Smart Home Using Grey Wolf Optimizer,” *Electronics*, vol. 10, no. 4, 2021.
- [12] N. Thakur, Y. K. Awasthi, and A. S. Siddiqui, “Reliability analysis and power quality improvement model using enthalpy based grey wolf optimizer,” *Energy Syst.*, vol. 12, no. 1, pp. 31–59, 2021.
- [13] E. Uzlu, “Estimates of greenhouse gas emission in Turkey with grey wolf optimizer algorithm-optimized artificial neural networks,” *Neural Comput. Appl.*, 2021.
- [14] M. H. Nadimi-Shahraki, S. Taghian, and S. Mirjalili, “An improved grey wolf optimizer for solving engineering problems,” *Expert Syst. Appl.*, vol. 166, p. 113917, 2021.
- [15] K. Luo, “Enhanced grey wolf optimizer with a model for dynamically estimating the location of the prey,” *Appl. Soft Comput.*, vol. 77, pp. 225–235, 2019.
- [16] M. Banaie-Dezfouli, M. H. Nadimi-Shahraki, and Z. Beheshti, “R-GWO: Representative-based grey wolf optimizer for solving engineering problems,” *Appl. Soft Comput.*, vol. 106, p. 107328, 2021.
- [17] Y. Li, X. Lin, and J. Liu, “An Improved Gray Wolf Optimization Algorithm to Solve Engineering Problems,” *Sustainability*, vol. 13, no. 6, 2021.
- [18] M. Kohli and S. Arora, “Chaotic grey wolf optimization algorithm for constrained optimization problems,” *J. Comput. Des. Eng.*, vol. 5, no. 4, pp. 458–472, 2018.
- [19] W. Long, J. Jiao, X. Liang, and M. Tang, “An exploration-enhanced grey wolf optimizer to solve high-dimensional numerical optimization,” *Eng. Appl. Artif. Intell.*, vol. 68, pp. 63–80, 2018.
- [20] Z. Yue, S. Zhang, and W. Xiao, “A Novel Hybrid Algorithm Based on Grey Wolf Optimizer and Fireworks Algorithm,” *Sensors*, vol. 20, no. 7, 2020.
- [21] X. Zhang, Q. Lin, W. Mao, S. Liu, Z. Dou, and G. Liu, “Hybrid Particle Swarm and Grey Wolf Optimizer and its application to clustering optimization,” *Appl. Soft Comput.*, vol. 101, p. 107061, 2021.

الگوریتم‌های فراابتکاری پر کاربرد، الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری است که اکتشاف ضعیفی دارد و گرفتار بهینه‌های محلی می‌گردد. این الگوریتم به دلیل پیروی کردن اعضا از سه گرگ برتر دچار این مشکلات می‌گردد. اگر این سه گرگ در بهینه محلی باشند، در بعضی موارد امکان فرار از آن را ندارند و بقیه گرگ‌ها نیز به تله بهینه محلی گرفتار خواهند آمد. از این رو در این تحقیق، نسخه بهبودیافته‌ای از الگوریتم گرگ خاکستری به نام الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری مبتنی بر شرایط ارائه شده است. در الگوریتم پیشنهادی روابط مرحله اکتشاف از بهره‌برداری جدا گردیده و در مرحله اکتشاف، گرگ‌ها با جستجوی محلی پیرامون خود، فضای مسئله را به خوبی جستجو می‌کنند، سپس به تدریج از اکتشاف به سمت بهره‌برداری حرکت می‌کنند. در نهایت در اواخر اجرای الگوریتم به بهره‌برداری کامل می‌پردازند. در هر تکرار نیز بعد از مراحل فوق، اگر گرگ‌ها موقعیت خوبی پیدا نکرده باشند، مجدداً شانس بهبود موقعیت را با استفاده از موقعیت سایر گرگ‌ها و فضای مسئله را خواهند داشت. الگوریتم پیشنهادی با چند نسخه از الگوریتم‌های بهبود یافته گرگ خاکستری، همچنین الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، الگوریتم بهینه‌سازی شاهین هریس، الگوریتم بهینه‌سازی کفتار خالدار، الگوریتم بهینه‌سازی اسب وحشی، الگوریتم عقاب، الگوریتم بهینه‌سازی کرکس آفریقایی که از جمله الگوریتم‌های فراابتکاری بسیار جدید هستند، روی توابع بهینه‌سازی CEC2018 و مسأله مهندسی طراحی مخازن تحت فشار مقایسه شده است. این توابع قابلیت بهره‌برداری، اکتشاف، توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری را در الگوریتم‌های فراابتکاری ارزیابی می‌کنند. در مسأله طراحی مخازن تحت فشار، پارامترهای مسأله باید به گونه‌ای محاسبه گردند تا هزینه کل طراحی حداقل گردد. نتایج به دست آمده حاکی از کارایی الگوریتم پیشنهادی گرگ خاکستری مبتنی بر شرایط در مقایسه با الگوریتم‌های دیگر است. از آنجا که بهبود عملکرد الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم‌های جدید نیز قابل توجه است، از جمله راه‌کارهای آینده در خصوص گسترش این تحقیق می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی Cb-GWO در سایر مسائل بهینه‌سازی و تنظیم پارامترهای سایر الگوریتم‌ها
- ارائه نسخه‌های گسسته و چندهدفه الگوریتم پیشنهادی
- استفاده از روابط پیشنهادی در این الگوریتم در سایر الگوریتم‌های فراابتکاری و ارزیابی عملکرد آن‌ها

مراجع

- [1] Z. Beheshti, S. M. Shamsuddin, S. Hasan, and N. E. Wong,

- [42] I. Naruei and F. Keynia, "Wild horse optimizer: a new meta-heuristic algorithm for solving engineering optimization problems," *Eng. Comput.*, 2021.
- [43] J. Hu *et al.*, "Orthogonal learning covariance matrix for defects of grey wolf optimizer: Insights, balance, diversity, and feature selection," *Knowledge-Based Syst.*, vol. 213, p. 106684, 2021.
- [44] N. Gupta, Madan and Jin, Liang and Homma, *Static and dynamic neural networks: from fundamentals to advanced theory*. John Wiley & Sons, 2004.
- [22] W. Long, S. Cai, J. Jiao, M. Xu, and T. Wu, "A new hybrid algorithm based on grey wolf optimizer and cuckoo search for parameter extraction of solar photovoltaic models," *Energy Convers. Manag.*, vol. 203, p. 112243, 2020.
- [23] N. Mittal, U. Singh, and B. S. Sohi, "Modified Grey Wolf Optimizer for Global Engineering Optimization," *Appl. Comput. Intell. Soft Comput.*, vol. 2016, p. 7950348, 2016.
- [24] T. Jayabarathi, T. Raghunathan, B. R. Adarsh, and P. N. Suganthan, "Economic dispatch using hybrid grey wolf optimizer," *Energy*, vol. 111, pp. 630–641, 2016.
- [25] S. Padhy, S. Panda, and S. Mahapatra, "A modified GWO technique based cascade PI-PD controller for AGC of power systems in presence of Plug in Electric Vehicles," *Eng. Sci. Technol. an Int. J.*, vol. 20, no. 2, pp. 427–442, 2017.
- [26] N. Singh and S. B. Singh, "A novel hybrid GWO-SCA approach for optimization problems," *Eng. Sci. Technol. an Int. J.*, vol. 20, no. 6, pp. 1586–1601, 2017.
- [27] W. Long, S. Cai, J. Jiao, and M. Tang, "An efficient and robust grey wolf optimizer algorithm for large-scale numerical optimization," *Soft Comput.*, vol. 24, no. 2, pp. 997–1026, 2020.
- [28] A. Saxena, B. P. Soni, R. Kumar, and V. Gupta, "Intelligent Grey Wolf Optimizer – Development and application for strategic bidding in uniform price spot energy market," *Appl. Soft Comput.*, vol. 69, pp. 1–13, 2018.
- [29] A. K. Tripathi, K. Sharma, and M. Bala, "A Novel Clustering Method Using Enhanced Grey Wolf Optimizer and MapReduce," *Big Data Res.*, vol. 14, pp. 93–100, 2018.
- [30] C. Lu, L. Gao, and J. Yi, "Grey wolf optimizer with cellular topological structure," *Expert Syst. Appl.*, vol. 107, pp. 89–114, 2018.
- [31] H. Zamani, M. H. Nadimi-Shahraki, and A. H. Gandomi, "CCSA: Conscious Neighborhood-based Crow Search Algorithm for Solving Global Optimization Problems," *Appl. Soft Comput.*, vol. 85, p. 105583, 2019.
- [32] S. Gupta and K. Deep, "A novel Random Walk Grey Wolf Optimizer," *Swarm Evol. Comput.*, vol. 44, pp. 101–112, 2019.
- [33] M. H. Qais, H. M. Hasanien, and S. Alghuwainem, "Augmented grey wolf optimizer for grid-connected PMSG-based wind energy conversion systems," *Appl. Soft Comput.*, vol. 69, pp. 504–515, 2018.
- [34] A. Faramarzi, M. Heidarnejad, S. Mirjalili, and A. H. Gandomi, "Marine Predators Algorithm: A nature-inspired metaheuristic," *Expert Syst. Appl.*, vol. 152, p. 113377, Aug. 2020.
- [35] N. H. Awad, M. Z. Ali, J. J. Liang, B. Y. Qu, and P. N. Suganthan, "CEC 2017 Special Session on Single Objective Numerical Optimization Single Bound Constrained Real-Parameter Numerical Optimization Topics Outline," 2017.
- [36] B. K. Kannan and S. N. Kramer, "An Augmented Lagrange Multiplier Based Method for Mixed Integer Discrete Continuous Optimization and Its Applications to Mechanical Design," *J. Mech. Des.*, vol. 116, no. 2, pp. 405–411, 1994.
- [37] J. Kennedy and R. C. Eberhart, "Particle swarm optimization," in *Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks*, 1995, vol. 4, pp. 1942–1948.
- [38] L. Abualigah, D. Yousefi, M. Abd Elaziz, A. A. Ewees, M. A. A. Al-qaness, and A. H. Gandomi, "Aquila Optimizer: A novel meta-heuristic optimization algorithm," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 157, p. 107250, 2021.
- [39] B. Abdollahzadeh, F. S. Gharehchopogh, and S. Mirjalili, "African vultures optimization algorithm: A new nature-inspired metaheuristic algorithm for global optimization problems," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 158, p. 107408, 2021.
- [40] A. A. Heidari, S. Mirjalili, H. Faris, I. Aljarah, M. Mafarja, and H. Chen, "Harris hawks optimization: Algorithm and applications," *Futur. Gener. Comput. Syst.*, vol. 97, pp. 849–872, 2019.
- [41] G. Dhiman and V. Kumar, "Spotted hyena optimizer: A novel bio-inspired based metaheuristic technique for engineering applications," *Adv. Eng. Softw.*, vol. 114, pp. 48–70, 2017.

پاورقی‌ها:

- 1 NP-hard
- 2 Grey Wolf Optimizer (GWO)
- 3 Chaotic Grey Wolf Optimization (CGWO)
- 4 Exploration-enhanced grey wolf optimizer (EEGWO)
- 5 Enhanced Grey Wolf Optimizer (EGWO)
- 6 Condition-based Grey Wolf Optimizer (Cb-GWO)
- 7 modified Grey Wolf Optimizer (mGWO)
- 8 Hybrid Grey Wolf Optimizer (HGWO)
- 9 Modified Grey Wolf Optimization (MGWO)
- 10 GWO-SCA
- 11 Efficient and Robust GWO (ERGWO)
- 12 Particle Swarm Optimization (PSO)
- 13 Intelligent Grey Wolf Optimizer (IGWO)
- 14 Oppositional-based Learning
- 15 Enhanced Grey Wolf Optimizer (E-GWO)
- 16 Levy Flight
- 17 Cellular Grey Wolf Optimizer (C-GWO)
- 18 Random Walk Based Grey Wolf Optimizer (RW-GWO)
- 19 Cauchy Distribution
- 20 Improved Grey Wolf Optimizer (I-GWO)
- 21 Augmented grey wolf optimizer
- 22 Convergence Coefficient (CC)
- 23 Pressure Vessel Design Problem
- 24 Aquila Optimizer (AO)
- 25 African Vultures Optimization Algorithm (AVOA)
- 26 Harris Hawks Optimization (HHO)
- 27 Spotted Hyena Optimizer (SHO)
- 28 Wild Horse Optimizer (WHO)