مجله علمی-پژوهشی
رایانش نرم و فناوری اطلاعات
جلد۲، شماره۱، سال ۱۳۹۲

بهینه‌سازی رقابتی در کانال‌های تداخلی انتخابگر- فرکانسی گوسی با استفاده از نظریه بازی‌ها

عبد جبار حسنوند[۱]، حمید فرخی[۲]
[۱] کارشناسی ارشد، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه بیرجند، j.hasanvand@gmail.com
[۲] استادیار گروه مخابرات، دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه بیرجند، hfarrokhi@birjand.ac.ir

چکیده — مفهوم رادیو شناختگر با توجه به خصوصیاتی مانند، حس کردن باند فرکانسی خالی و دستیابی دینامیکی طیف فرکانسی می‌تواند به منظور استفاده بهینه از باند فرکانسی در نسل‌های آینده سیستم‌های مخابراتی بسیار مفید باشد. یکی از موضوع‌های مهم و مورد بحث در شبکه‌های رادیو شناختگر تخصیص منابع است. با توجه به خصوصیت رقابتی بودن کاربرها، در این مقاله ما یک شبکه رادیو شناختگر را به صورت یک بازی بدون همکاری مدل می‌کنیم که در آن کاربرهای ثانویه با توجه به محدودیتهای مجموع توان ارسالی و حداکثر توان ارسال در هر بازه فرکانسی به منظور بالا بردن نرخ ارسال خود به صورت خودسرانه و بدون داشتن یک مرکز تصمیم‌گیرنده با دیگر کاربرهای ثانویه در کانال‌های انتخابگر - فرکانسی به رقابت می‌پردازد. ما پاسخ مسئله را در قالب تعادل *Nash* بیان می‌کنیم و وجود و یکتایی تعادل *Nash* را مورد بررسی قرار می‌دهیم. همچنین به منظور دستیابی به تعادل *Nash* بازی از یک الگوریتم گسترده ناهمزمان که الگوریتم واترفیلینگ تکرار شونده ناهمزمان هموار نامیده می‌شود استفاده خواهیم کرد. به این معنی که به بعضی از کاربرها اجاره داده خواهد شد بیشتر از کاربرهای دیگر توان تخصیصی خود را به روز کنند.

کلید واژه- افزایش نرخ ارسال، الگوریتم ناهمزمان، بازی بدون همکاری، تعادل نش، رادیو شناختگر.

۱- مقدمه

با افزایش سرویس‌های مخابراتی تقاضا برای در اختیار گرفتن طیف فرکانسی افزایش یافته است. محدود بودن طیف فرکانسی در طبیعت باعث شده است که طیف فرکانسی یکی از منابع مهم و نایاب به شمار آید. تحقیقات نشان داده است که از باند فرکانسی تخصیص داده شده به سرویس‌های مختلف در زمان و مکان به صورت بهینه استفاده نمی‌شود [۱]. به این باندهای فرکانسی خالی حفره فرکانسی[۱] گفته می‌شود. به منظور افزایش در استفاده بهینه از طیف فرکانسی می‌توان با استفاده از کاربرهای ثانویه (SUs)[۲] از باندهای فرکانسی استفاده نشده توسط کاربرهای اولیه (PUs)[۳] استفاده مجدد نمود. اما سیستم‌های ارتباطات امروزی از چنین دستیابی به باند فرکانسی جلوگیری می‌کنند [۲]. بنابراین محققین به دنبال الگو و روش‌های جدیدی برای تخصیص باند فرکانسی هستند.

رادیو شناختگر (CR)[۴] یکی از الگوهای ارائه شده بر پایه نرم‌افزار برای سیستم‌های نسل آینده است که در چند سال اخیر مورد توجه فراوان قرار گرفته است. در [۲] نویسنده رادیو شناختگر را به این صورت تعریف کرده است: رادیو شناختگر یک سیستم ارتباطی هوشمند است که از محیط اطراف خود آگاه بوده و به منظور آموختن از محیط اطراف خود و تطبیق‌دادن پارامترهای ارسال خود (توان ارسال، فرکانس حامل، مدولاسیون و ...) به صورت زمان حقیقی[۵] با متغییرهای آماری وارد شده در فرکانس‌های رادیویی، از روش‌های یادگیری استفاده می‌کند که دارای دو هدف اولیه است: ۱) ارتباط قابل اطمینان در هر زمان و در هر مکان؛ ۲) استفاده بهینه از طیف رادیویی.

بر اساس تعریف بالا می‌توان وظایف، تحلیل چشم‌انداز رادیو، تعیین کانال، کنترل توان ارسال، دستیابی دینامیکی طیف را برای یک رادیو شناختگر بیان نمود. یک گیرنده رادیو شناختگر اطلاعات مهم محیط اطراف خود مانند مکان حفره‌های فرکانسی و سطح تداخل را حس می‌کند. همچنین

۱- Spectrum Hole
۲- Secondary Users
۳- Primary Users
۴- Cognitive Radio
۵- Real Time

اطلاعات حالت کانال (CSI)[۱] را تخمین می‌زند و ظرفیت کانال را برای استفاده فرستنده پیش‌بینی می‌کند و این اطلاعات توسط یک کانال برگشتی به فرستنده ارسال می‌شود. گیرنده رادیو شناختگر این اطلاعات را دریافت کرده و پارامترهای اساسی مانند سطح توان ارسال را چنان انتخاب می‌کند که با اطلاعات حس شده از محیط اطراف خود مطابقت داشته باشد. هدف اصلی در این مقاله تخصیص بهینه‌ی توان ارسالی به کاربرهای ثانویه می‌باشد.

رادیو شناختگر این را ممکن می‌سازد که تکنولوژی‌های بی‌سیم ناهمگن[۲] گوناگون و استانداردهای آینده بتوانند در یک طیف فرکانس رادیویی یکسان عمل کنند [۳]. در چنین حالتی تداخل بین کاربرها حتما اتفاق خواهد افتاد. برای پیشگیری و کم کردن تداخل می‌توان از روش‌های سنتی که عموماً به صورت متمرکز[۳] بوده استفاده نمود که به منظور مشخص کردن پارامترهای ارسال به اطلاعات فراوان و کاملی از تمام کاربرها نیازمند می‌باشد و بنابراین باعث افزایش در محاسبات، تحلیل و انتشار داده توسط کنترل کننده مرکزی می‌شود.

می‌توان پاسخ این مسئله را به صورت الگوریتم‌های گسترده[۴] ارائه داد، به این صورت که کاربرها با توجه به اطلاعات محدود محلی که دارند به صورت خودسرانه یک پاسخ بهینه را برای خود محاسبه می‌کنند. تحلیل چنین سیستم‌هایی را که دارای خصوصیت تقابل بین کاربرهای باهوش بوده و به صورت خودسرانه تصمیم می‌گیرند را می‌توان با استفاده از نظریه بازی‌ها بیان نمود. با استفاده از نظریه بازی‌ها می‌توان نتایج را برای فعل و انفعال‌های متقابل بین افراد نوعی، جوامع، کمپانی‌ها و ... تحلیل و پیشبینی نمود. همچنین پاسخ‌های به‌دست آمده از تحلیل با استفاده از نظریه بازی‌ها اغلب با استفاده از الگوریتم‌های گسترده محاسبه می‌شود. این خصوصیت نظریه بازی‌ها باعث شده است که گزینه مناسبی برای طراحی و تحلیل شبکه‌های مخابراتی نسل آینده به شمار آید.

در طول ده سال گذشته به منظور تحلیل و طراحی سیستم‌های مخابراتی به طور وسیعی از نظریه بازی‌ها استفاده شده است. نظریه بازیها می‌تواند برای حل مسائلی نظیر تخصیص منابع، تخصیص باند فرکانسی، کنترل توان، دستیابی دینامیکی باند فرکانسی مورد استفاده قرار گیرد که در یک تقسیم بندی به دو نوع بازی‌های با همکاری[۵] و بدون همکاری[۶] تقسیم می‌شود. در [۴] و [۵] بازی بیان شده دارای یک مرکز تصمیم‌گیرنده بوده و این مرکز باید اطلاعات تمام کاربرها را داشته باشد که باعث افزایش در حجم محاسبات می‌شود. . در [۶] نشان داده شده است که مسئله بهینه سازی نرخ ارسال بین کاربرها را می‌توان توسط یک بازی بدون همکاری بین دو بازیگر را مدل نمود که مطلوب ما در این مقاله است. همچنین نویسنده به منظور رسیدن به تعادل نش از الگوریتم واترفیلینگ تکرار شونده ترتیبی[۷] استفاده نموده است. هر چند این الگوریتم دارای مزیت ساده‌گی در محاسبات است اما با افزایش تعداد کاربرها زمان رسیدن به تعادل افزایش می‌یابد. پاسخ این مسائل را می‌توان در قالب تعادل که تعادل نش[۸] در بازی‌های بدون همکاری گفته می شود بیان نمود [۷]. در [۸]، [۹] و [۱۰] بازی بهینه سازی نرخ ارسال را در شبکه‌های مخابراتی امروزی و در کانال‌های تداخلی انتخابگر- فرکانسی گوسی مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقالات تابع واترفیلینگ را توسط نرم اقلیدسی در یک مجموعه‌ی محدب[۹] بازنویسی کرده‌اند. در این مقاله، ما یک شبکه‌های رادیو شناختگر را با چند کاربر ثانویه که با هم هیچ‌گونه همکاری ندارند را در کانال‌های تداخلی انتخابگر- فرکانسی گوسی در نظر می‌گیریم و مسئله تخصیص توان بین کاربرهای ثانویه را به صورت یک بازی بدون همکاری فرمول نویسی می‌کنیم. هر کاربر با درنظر گرفتن محدودیت‌های مجموع توان ارسالی و حداکثر توان ارسال در هر بازه فرکانسی، برای بدست آوردن حداکثر نرخ ارسال با کاربرهای دیگر به رقابت می‌پردازد. هر کاربر به منظور همگرایی در تعادل از یک الگوریتم واترفیلینگ تکرار شونده ناهمزمان هموار[۱۰] که دارای سرعت همگرایی بالاتری نسبت به الگوریتم‌های دیگر است، استفاده می‌کند و ما مسئله را از نظر وجود و یکتایی و همگرایی در تعادل نش، مورد بررسی قرار می‌دهیم.

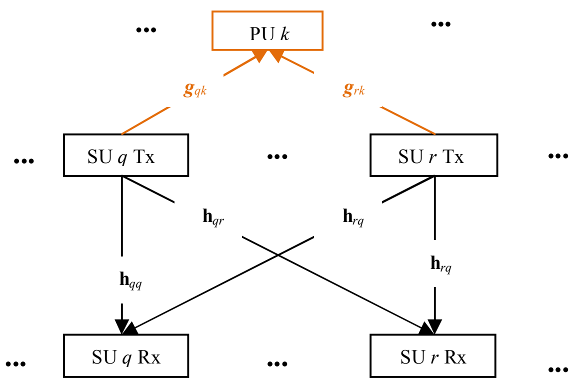
نمادهای استفاده شده به شرح ذیل می‌باشند: حروف درشت بیان کننده بردار می‌باشد. R و $\mathrm{R}_{+}^{Q\times Q}$ به ترتیب نشان دهنده اعداد حقیقی و ماتریس غیر منفی است. $[x]_{ij}$ بیان

۱- Cannel State Information
۲- Heterogenous wireless technologies
۳- Centralized
۴- Distributed Algorithm
۵- Cooperative
۶- Non-Cooperative
۷- Sequential Iterative Water-Filling Algorithm
۸- Nash Equilibrium
۹- Convex Set
۱۰- Smooth Asynchronous Iterative Water-Filling Algorithm

کننده (i , j)امین المان از ماتریس x است. $\mathbf{1}$برداری از یک‌ها را نشان می‌دهد. شعاع طیفی[1] ماتریس با $\rho(.)$ بیان می‌شود.

۲- مدل سیستم و فرمول نویسی مسئله

ما یک شبکه رادیو شناختگر شامل Q کاربر ثانویه و K کاربر اولیه است را در نظر می‌گیریم که در یک مکان و در یک فرکانس همزیستی دارند شکل (۱). فرض می‌کنیم باند فرکانسی که کاربرها در آن ارسال انجام می‌دهند را بتوان به N بازه فرکانسی تقسیم نمود و $\Omega \triangleq \{1,...,Q\}$ بیان کننده مجموعه Q کاربر ثانویه است. $h_{rq}(n)$ بیان کننده تابع انتقال کانال متقاطع در nامین بازه فرکانسی بین فرستنده r و گیرنده q می‌باشد، $n=1,...,N$ و $q,r=1,...,Q$ و $h_{qq}(n)$ بیان کننده تابع انتقال کانال برای کاربر q در nامین بازه فرکانسی می‌باشد. استراتژی انتقال برای هر کدام از کاربرهای ثانویه را توسط بردار توان تخصیصی آن $\mathbf{p}_q \triangleq (p_q(n))_{n=1}^N$ در N بازه فرکانسی نشان می‌دهیم که دارای محدودیت‌های زیر می‌باشد:



شکل ۱: مدل سیستم برای یک سیستم رادیو شناختگر شامل چندین کاربر اولیه و چندین کاربر ثانویه بدون همکاری

$$\mathcal{P}_q^{pow} \triangleq \left\{\mathbf{p_q} \in R^N : \mathbf{1}^T \mathbf{p_q} \le P_q^{ave}, \mathbf{0} \le \mathbf{p_q} \le \mathbf{p}_q^{peak}\right\} \qquad (۱)$$

در اینجا P_q^{ave} بیان کننده مقدار توان در هر ارسال می‌باشد و $\mathbf{p}_q^{peak} \triangleq (p_q^{peak}(n))_{n=1}^N$ حداکثر توان ارسال در هر بازه فرکانسی می‌باشد. حداکثر نرخ ارسال برای کاربر q را می‌توان به صورت زیر نشان داد [۱۱]:

$$R_q(\mathbf{p}_q, \mathbf{p}_{-q}) \triangleq \sum_{n=1}^{N} \log(1 + \operatorname{sinr}(n)) \qquad (۲)$$

که در آن:

$$\operatorname{sinr}(n) = \frac{|h_{qq}(n)|^2 p_q(n)}{\delta_q^2(n) + \sum_{r\neq q} |h_{rq}(n)|^2 p_r(n)} \qquad (۳)$$

و $\mathbf{p}_{-q} \triangleq (\mathbf{p}_r)_{r\neq q}$ بیان کننده توان تخصیصی به کاربرهای ثانویه به جز کاربر q می‌باشد و $\delta_q^2(n)$ بیان کننده مجموع واریانس نویز و تداخل ایجاد شده توسط کاربرهای اولیه در بازه فرکانسی n، بر روی کاربر ثانویه q می‌باشد.

۲-۱- فرمول نویسی مسئله در یک بازی

مسئله تخصیص توان بین کاربرهای ثانویه را می‌توان به فرم بازی بدون همکاری $\mathbf{g} = \left\langle \Omega, \{p_q^{pow}\}_{q\in\Omega}, \{R_q\}_{q\in\Omega}\right\rangle$ بیان نمود. در اینجا $\Omega \triangleq \{1,...,Q\}$ مجموعه کاربرهای ثانویه می‌باشد و R_q تابع هزینه تعریف شده در (۲) می‌باشد. هر کاربر ثانویه با توجه به مقدار توان تخصیص داده شده به کاربرهای دیگر و محدودیت‌های بیان شده در (۱) مسئله بهینه سازی زیر را حل می‌کند و مقدار بهینه $\mathbf{p}_q^*$ را بدست می‌آورد:

$$g: \quad \begin{array}{l} \text{maximize} \quad R_q(\mathbf{p}_q, \mathbf{p}_{-q}) \\ \text{subject to:} \quad \mathbf{p}_q \in p_q^{pow} \; \forall q \in \Omega \end{array} \qquad (۴)$$

مقدار $\mathbf{p}^* = \{\mathbf{p}_q^*\}_{q=1}^Q$ را برای $\boldsymbol{g}$ تعادل نش گوییم اگر رابطه زیر برقرار باشد:

$$\begin{array}{l} R_q(\mathbf{p}_q^*, \mathbf{p}_{-q}^*) \ge R_q(\mathbf{p}_q, \mathbf{p}_{-q}^*), \\ \mathbf{p}_q \in p_q^{pow} \forall q \in \Omega \end{array} \qquad (۵)$$

بدست آوردن تعادل با استفاده از رابطه (۵) مشکل می‌باشد. بنابراین با توجه به نتایج بدست آمده در [۸] بدون از دست دادن فرم اولیه مسئله می‌توان از استراتژی خالص[2] برای بدست آوردن تعادل استفاده نمود.

۲-۱-۱- تعادل نش برای بازی

در هر بازی باید ابتدا مشخص شود که این بازی دارای حداقل یک پاسخ می‌باشد. بنابراین اگر در بازی $\boldsymbol{g}$، پیامد (مقدار توان تخصیصی) هر کدام از بازیکنان در استراتژی‌های خود یک تابع مقعر[3] باشد و هر مجموعه‌ی قابل قبول برای هرکدام از بازیکنان محدب و متراکم[4] باشد آنگاه برای هر مجموعه‌ای از

۱- Spectral Radius

۲- Pure Strategy
۳- Concave
۴- Compact

ماتریس کانال، توان ارسال کاربران و محدودیت‌های توان حداقل دارای یک تعادل نش است [۸]. همان‌طور که پیش‌تر بیان شد به دلیل پیچیدگی در محاسبات، نمی‌توان از فرمول (۵) برای به‌دست آوردن تعادل نش استفاده نمود. یکی از راه‌های رسیدن به تعادل نش، به‌دست آوردن نقطه‌ی ثابت پاسخ واترفیلینگ مسئله‌ی $\boldsymbol{g}$ است. بنابراین مشاهده می‌شود که فقط با داشتن محدودیت $\mathbf{1}^T\mathbf{p}_q \le P_q^{ave}$، تعادل نش بازی $\boldsymbol{g}$ که استراتژی بهینه $\{\mathbf{p}_q^*\}_{q=1}^{Q}$ است از معادله نقطه ثابت واترفیلینگ زیر بدست می‌آید [۶] و [۱۲]:

$$\mathbf{p}_q^* = \mathrm{WF}_q(\mathbf{p}_{-q}^*) \quad \forall q \in \Omega \tag{۶}$$

در اینجا $\mathbf{p}_{-q}^* \triangleq \{\mathbf{p}_r\}_{r\in\Omega, r\ne q}$ و عملگر واترفیلینگ برای $n=1,\ldots,N$ به صورت زیر است:

$$\left[\mathrm{WF}_q(\mathbf{p}_q)\right]_n \triangleq \left(\mu_q - \mathrm{insr}(\mathbf{p}_{-q})\right)_0^{p_q^{\mathrm{peak}}(n)} \tag{۷}$$

که در آن

$$\left[\mathrm{insr}_q(\mathbf{p}_{-q})\right]_n \triangleq \frac{\delta_q^2(n) + \sum_{r\ne q}\left|h_{rq}(n)\right|^2 p_r(n)}{\left|h_{qq}(n)\right|^2} \tag{۸}$$

در اینجا μ_q طوری انتخاب می‌شود که محدودیت $\mathbf{1}^T\mathbf{p}_q \le P_q^{ave}$ را برآورده کند. اما با حضور محدودیت حداکثر توان در هر بازه فرکانسی (پوشش فرکانسی) نمی‌توان تعادل نش استراتژی خالص بازی $\boldsymbol{g}$ را از (۷) محاسبه نمود. اما با معادل سازی مسئله به فرم طرح اقلیدسی از $-\mathrm{insr}_q$ با محدودیت $\mathrm{P}_q^{\mathrm{pow}}$، می‌توان راه حل مسئله را محاسبه نمود. بنابراین ابتدا قضیه زیر را بیان می‌کنیم [۹]:

قضیه ۱: دو مسئله بهینه سازی محدب زیر را در نظر بگیرید:

$$(J_1): \quad \begin{array}{l} \underset{\mathbf{p}_q}{\text{maximize}} \;\; R_q(\mathbf{p}_q, \mathbf{p}_{-q}) \\ \text{subject to: } \mathbf{p}_q \in \mathrm{P}_q^{\mathrm{pow}}, \end{array} \quad \forall q \in \Omega \tag{۹}$$

و

$$(J_2): \quad \begin{array}{l} \underset{\mathbf{p}_q}{\text{minimize}} \;\; \left\|\mathbf{p}_q - X_0\right\|_2^2 \\ \text{subject to: } \mathbf{p}_q \in \mathrm{P}_q^{\mathrm{pow}}. \end{array} \quad \forall q \in \Omega \tag{۱۰}$$

اگر X_0 را به صورت $X_0 = -\mathrm{insr}_q$ تعریف نماییم، آنگاه مسائل J_1 و J_2 دارای پاسخ یکتا و یکسانی می‌باشند.

بنابراین عملگر واترفیلینگ $\mathrm{WF}_q(.)$ را می‌توان برای $n=1,\ldots,N$ به صورت زیر تعریف نمود:

$$\begin{aligned} \left[WF_q(\mathbf{p}_q)\right]_n &\triangleq \left[\mu_q - \mathrm{insr}(\mathbf{p}_{-q})\right]_0^{p_q^{\mathrm{peak}}(n)}, \\ &\triangleq \left[-\mathrm{insr}(\mathbf{p}_{-q})\right]_{\mathrm{P}_q^{\mathrm{pow}}}. \end{aligned} \tag{۱۱}$$

که در اینجا μ_q طوری انتخاب می‌شود که محدودیت $\mathbf{1}^T\mathbf{p}_q \le P_q^{\mathrm{ave}}$ را برآورده کند. $[x]_a^b$ بیان کننده نرم اقلیدسی[۱] x در فاصله $[a,b]$ می‌باشد. سطح آب μ_q با استفاده از محدودیت $\mathbf{1}^T\mathbf{p}_q \le P_q^{\mathrm{ave}}$ محاسبه می‌شود. با مقایسه (۶) و (۱۱) به سادگی می‌توان مشاهده نمود که تعادل نش استراتژی خالص بازی $\boldsymbol{g}$ را می‌توان از بدست آوردن نقطه‌ی ثابت نگاشت تعریف شده در (۱۱) محاسبه گردد:

$$\mathbf{p}_q^* = \left[-\mathrm{insr}_q(\mathbf{p}_{-q}^*)\right]_{\mathrm{P}_q^{\mathrm{pow}}} \tag{۱۲}$$

در حالت متداول و با توجه به سطح تداخلی که بازیکنان بر هم وارد می‌کنند، بازی $\boldsymbol{g}$ ممکن است دارای چندین تعادل باشد [۸]. بنابراین ما در قسمت آینده شرط کافی برای یکتایی در تعادل نش را مورد بررسی قرار می‌دهیم و به منظور دستیابی به این تعادل، یک الگوریتم گسترده را معرفی خواهیم کرد.

۲-۲- الگوریتم واترفیلینگ تکرارشونده ناهمزمان هموار

برای بدست آوردن تعادل نش در بازی $\boldsymbol{g}$، ما از الگوریتم واترفیلینگ تکرار شونده ناهمزمان هموار استفاده خواهیم نمود. به این معنی که به بعضی از کاربرها اجازه داده می‌شود بیشتر از بقیه کاربرها به‌روز رسانی توان خود را انجام دهند. ما ابتدا بعضی از تعریف‌های اولیه بیان شده در [۱۰] را معرفی می‌کنیم. فرض می‌کنیم مجموعه زمان‌هایی را که کاربرها اجازه به‌روز رسانی توان خود را دارند را با $\tau = N_+ = \{0,1,2,\ldots\}$ نشان دهیم. $\mathbf{p}_q^{(t)}$ بیان کننده توان تخصیص داده شده برای هرکدام از کاربرها در tامین دوره تناوب از الگوریتم است و $\tau_q \subseteq \tau$ بیان کننده مجموعه زمانهایی است که $\mathbf{p}_q^{(t)}$ به‌روز می‌شود (بنابراین در زمان $t \notin \tau_q$ ، $\mathbf{p}^{(t)}$ تغییر نخواهد کرد). $\tau_r^q(t)$ بیان کننده آخرین زمانی است که کاربر q تداخل ناشی از کاربر r را مشاهده می‌کند (بنابراین $0 \le \tau_r^q(t) \le t$). در tامین دوره تناوب، کاربر q با توجه به سطح تداخل دریافتی $\mathbf{p}_{-q}^{(\tau^q(t))} \triangleq (\mathbf{p}_1^{(\tau_1^q(t))},\ldots,\mathbf{p}_{q-1}^{(\tau_{q-1}^q(t))},\mathbf{p}_{q+1}^{(\tau_{q+1}^q(t))},\ldots,\mathbf{p}_Q^{(\tau_Q^q(t))})$ بهترین پاسخ را برای خود انتخاب می‌کند. توضیحات بیشتر در مرجع

---

[۱] - نرم اقلیدسی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:
$[x]_a^b = a, \text{if } x \le a, [x]_a^b = x, \text{if } a < x < b, \text{and } [x]_a^b = b, \text{if } b \le x$

[۱۰] آورده شده است.

برای بازی بیان شده‌ی $\mathcal{G}$ می‌توان مجموعه $D_q^{\min} \subseteq \{1,...,N\}$ را که بیان کننده زیرمجموعه‌ای از بازه‌های فرکانسی $\{1,...,N\}$ است که کاربر در بدست آوردن بهترین پاسخ از آنها استفاده می‌نماید را به صورت زیر تعریف نمود [۱۰]:

$$D_q^{\min} \triangleq \left\{ \begin{array}{l} n \in \{1,...,N\} : \exists\, \mathbf{p}_{-q} \in P_{-q}^{\text{pow}} \\ \text{such that} \left[WF_q(\mathbf{p}_{-q}) \right] \neq 0 \end{array} \right\} \qquad (۹)$$

در اینجا $WF_q(.)$ در (۷) داده شده است و P_{-q}^{pow} به صورت $P_{-q}^{\text{pow}} \triangleq P_1^{\text{pow}} \times ... \times P_{q-1}^{\text{pow}} \times P_{q+1}^{\text{pow}} \times ... \times P_Q^{\text{pow}}$ تعریف می‌شود. ماتریس غیر منفی $\mathbf{S}^{\max} \in \mathbb{R}_+^{Q\times Q}$ را نیز به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\left[\mathbf{S}^{\max}\right]_{rq} \triangleq \begin{cases} \max\limits_{n \in D_q \cap D_r} \dfrac{\left|h_{rq}(n)\right|^2}{\left|h_{qq}(n)\right|^2}, & \text{if } r \neq q \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (۱۰)$$

با استفاده از تعریف‌های گفته شده در بالا، الگوریتم واترفیلینگ تکرار شونده ناهمزمان هموار را به صورت زیر تعریف می‌کنیم (T بیان کننده شماره تناوب است):

الگویتم واترفیلینگ تکرار شونده ناهمزمان هموار

۱- مقدار دهی اولیه:

$$t = 0\ ,\ \mathbf{p}_q^{(0)} \leftarrow any\ \ \mathbf{p} \in P_q^{\text{pow}}, \forall q \in \Omega$$

۲- **برای** $t = 0\ to\ T$ **انجام بده:**

۳- **برای هر** $q \in \Omega$ **محاسبه کن:**

$$\mathbf{p}_q^{(t+1)} = \begin{cases} \beta_q \mathbf{p}_q^{(t)} + (1-\beta_q)\,\mathrm{WF}_q^{P_q^{\text{pow}}}\left(\mathbf{p}_{-q}^{(\tau^q(t))}\right), & \text{if } t \in \tau_q \\ \mathbf{p}_q^{(t)} & \text{other wise.} \end{cases}$$

۴- **پایان**

ضریب $\beta_q \in [0,1)$ را ضریب فراموشی[۱] گویند. بزرگ بودن β_q بیان کننده بیشتر بودن حافظه برای کاربر q می‌باشد. همچنین اضافه کردن β_q، باعث از بین رفتن خصوصیت همگرایی در الگوریتم نمی‌شود و حتی سرعت همگرایی را افزایش می‌دهد. بنابراین قضیه زیر را بیان می‌کنیم [۱۰]:

قضیه ۲: فرض می‌کنیم شرط زیر برقرار باشد:

$$\rho(\mathbf{S}^{\max}) < 1 \qquad (۱۱)$$

که در آن $\rho(\mathbf{S}^{\max})$ بیان کننده شعاع طیفی ماتریس $\mathbf{S}^{\max}$ می‌باشد. سپس، اگر $T \to \infty$، الگوریتم واترفیلینگ تکرارشونده ناهمزمان هموار بیان شده برای هر مقدار از شرایط اولیه قابل قبول، زمانهای به روز رسانی و $\{\beta_q\}_{q\in\Omega}$ که $\beta_q \in [0,1), \forall q \in \Omega$ همواره به یک تعادل نش یکتا همگرا می‌شود.

۳- نتایج عددی

در این بخش شبیه‌سازی‌های کامپیوتری را برای درک بهتر الگوریتم بیان شده را نمایش می‌دهیم. این نتایج با میانگین گیری از ۱۰۰۰ اجرای مختلف الگوریتم به ازای کانال‌های مختلف بدست آمده است. بهره‌های کانال $h_{rq}(n)$ و $h_{qq}(n)$ با توزیع‌های گوسی مختلط متقارن دایره‌ای با میانگین صفر و واریانس یک و گوسی مختلط متقارن دایره‌ای با میانگین صفر و واریانس ۲.۵ می‌باشد و $\delta_q^2(n) = 1\ \forall n = 1,..,N$ است. همچنین $P_q^{\text{ave}} = 5$ برای همه کاربرها یکسان بوده و $\mathbf{p}_q^{\text{peak}}(n) = 0.5$ برای تمام کانال‌ها یکسان می‌باشد.

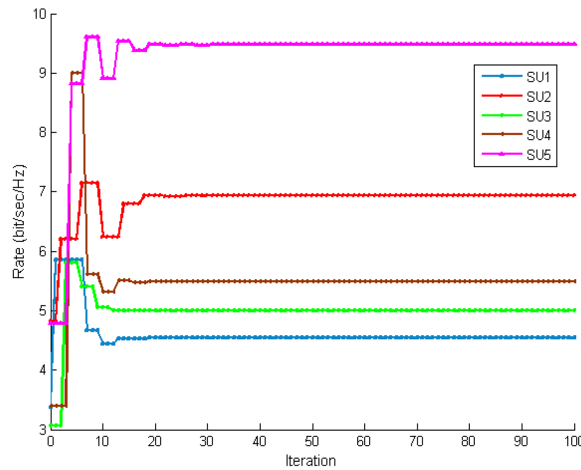
در شکل (۱)، ما تعداد تکرارهای الگوریتم که برای یک کانال تصادفی اجرا شده است را نشان داده‌ایم. همان‌طور که مشاهده می‌شود بعد از گذشتن چند مرحله از اجرای الگوریتم مقادیر نرخ ارسال برای هر کدام ار کاربرهای ثانویه به یک مقدار بهینه و یک تعادل در بازی همگرا می‌شود. در شکل (۲) مشاهده می‌شود با افزایش تعداد کاربرها (که باعث افزایش تداخل در شبکه می‌شود) میانگین نرخ ارسال برای آنها کاهش می‌یابد. شکل (۳) نشان می‌دهد که با افزایش بازه‌های فرکانسی و درنتیجه افزایش باند فرکانسی میانگین نرخ ارسال برای کاربرها افزایش می‌یابد. می‌توان در شکل (۴) مشاهده نمود که با افزایش تعداد کاربرها در شبکه مدت زمان لازم برای همگرا شدن الگوریتم افزایش می‌یابد.

۴- نتیجه‌گیری:

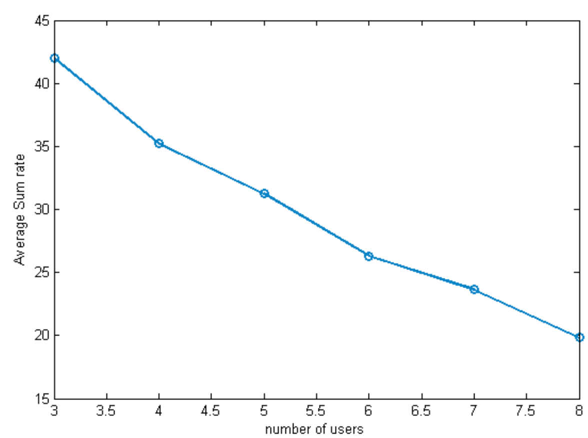
در این مقاله، ما بهینه‌سازی نرخ ارسال را در کانال تداخلی انتخابگر- فرکانسی گوسی در شبکه‌های رادیو شناختگر با در نظر گرفتن محدودیت‌های توان ارسالی و حداکثر توان ارسالی در هر بازه فرکانسی را بررسی نمودیم و آن را به صورت یک بازی بدون همکاری مدل کردیم و مشاهده می‌شود الگوریتم

۱- Forgetting Factor

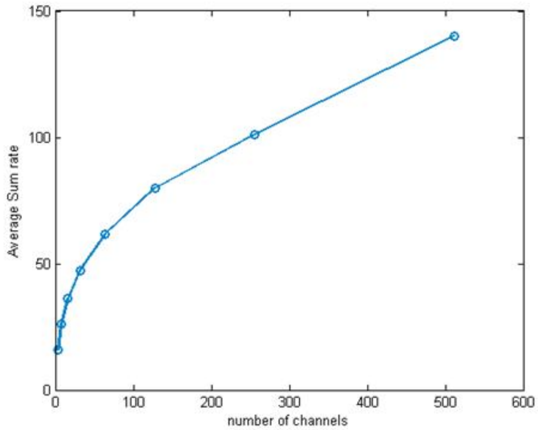
بعد از مدتی از اجرای آن به یک پایدار همگرا می‌شود. به منظور همگرایی در بدست آوردن یک تعادل یکتا از الگوریتم واترفیلینگ تکرار شونده ناهمزمان هموار استفاده کردیم. همچنین شرایط وجود، یکتایی و همگرا شدن در تعادل نش را بررسی نمودیم.



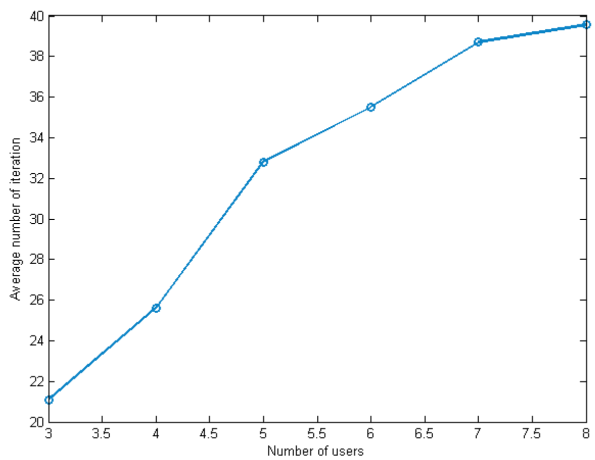
شکل ۱ : نرخ ارسال بهینه برای کاربرها. محاسبات برای رسیدن به تعادل برای $Q=5$ و $N=16$ انجام شده است.



شکل ۲ : میانگین مجموع نرخ ارسال با افزایش تعداد کاربرها



شکل ۳: میانگین مجموع نرخ ارسال با افزایش بازه‌های فرکانسی



شکل۴: میانگین نرخ ارسال با افزایش بازه‌های فرکانسی

سپاسگزاری

از همکاری و حمایت موسسه تحقیقات ارتباطات و فناوری اطلاعات در تهیه این مقاله سپاسگزاری می‌گردد.

مراجع:

[۱] "Federal communications commission: spectrum policy task force report," *Federal Communications Commission ET Docket* ۰۲-۱۳۵, November ۲۰۰۲.

[۲] S. Haykin, "Cognitive radio: Brain-empowered wireless communications," *IEEE J. Select. Areas Commun*, vol. ۲۳, no. ۲, pp. ۲۰۱–۲۲۰, ۲۰۰۵.

[۳] F. Beltran, J. Guti´errez, and J. Melus, "Technology and market conditions toward a new competitive landscape in the wireless access market," *IEEE Communications Magazine*, vol. ۴۸, no. ٦, pp. ٤٦–٥۲, June ۲۰۱۰.

[٤] E. G. Larsson, E. A. Jorswieck, Lindblom, and R. Mochaourab, "Game theory and the flat fading Gaussian interference channel," *IEEE Signal Process*. Mag., vol. ۲٦, no. ٥, pp. ۱۸–۲۷, Sep. ۲۰۰۹.

[٥] A. Leshem and E. Zehavi, “Game theory and the frequency selective interference channel—A tutorial,” *IEEE Signal Process.* Mag., vol. ٢٦, no. ٥, pp. ٢٨–٤٠, Sep. ٢٠٠٩.
[٦] W. Yu, G. Ginis, and J. M. Cioffi, “Distributed multiuser power control for digital subscriber lines,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. ٢٠, no. ٥, pp. ١١٠٥–١١١٥, June ٢٠٠٢.
[٧] M. J. Osborne and A. Rubinstein, *A Course in Game Theory*. MIT Press, ١٩٩٩.
[٨] W. Yu, G. Ginis, and J. M. Cioffi, “Distributed multiuser power control for digital subscriber lines,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. ٢٠, no. ٥, pp. ١١٠٥–١١١٥, Jun. ٢٠٠٢.
[٩] G. Scutari, D. P. Palomar, and S. Barbarossa, “Optimal linear precoding strategies for wideband noncooperative systems based on game theory – part I: Nash equilibria*,” IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. ٥٦, no. ٣, pp. ١٢٣٠–١٢٤٩, March ٢٠٠٨.
[١٠] G. Scutari, D. P. Palomar, and S. Barbarossa, “Optimal linear precoding strategies for wideband noncooperative systems based on game theory – part II: algorithms,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. ٥٦, no. ٣, pp. ١٢٥٠–١٢٦٧, March ٢٠٠٨.
[١١] G. Scutari, D. P. Palomar, and S. Barbarossa, “Asynchronous iterative water-filling for Gaussian frequency-selective interference channels,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. ٥٤, no. ٧, pp. ٢٨٦٨–٢٨٧٨, July ٢٠٠٨.
[١٢] T. M. Cover and J. A. Thomas*, Elements of Information Theory*. New York: Wiley, ١٩٩١.
[١٣] S. T. Chung, S. J. Kim, J. Lee, and J. M. Cioffi, “A game-theoretic approach to power allocation in frequency-selective Gaussian interference channels,” in Proc. ٢٠٠٣ IEEE Int. Symp. Information Theory (ISIT ٢٠٠٣), Lausanne, Switzerland, Jun. ٢٠٠٣, p. ٣١٦.