

Diffusion fractional tap-length algorithm with gradient-based cooperation to enhance the performance of adaptive networks with noisy links

Ghanbar Azarnia*¹ and Abbas Ali Sharifi²

*¹Engineering Faculty of Khoy, Urmia University of Technology, Urmia, Iran

²Department of Electrical Engineering, University of Bonab, Bonab, Iran

¹g.azarnia@uut.ac.ir and ²sharifi@ubonab.ac.i

Corresponding author's address: Ghanbar Azarnia, Engineering Faculty of Khoy, Urmia University of Technology, Urmia, Iran.

Abstract: In this paper, we consider the adaptive estimation in wireless sensor networks (WSNs) with diffusion strategy, where the communication links between nodes are noisy, and the parameter vector of interest has unknown or variable tap-length. The diffusion fractional tap-length (FT) algorithm seeks a tap-length estimator in real-time through local interactions to best balance steady-state error and the convergence rate. However, its performance is severely degraded in the presence of noisy links. This incorrect estimation of the length due to the noise of the links is followed by an inaccurate estimate of the coefficients. This fact shows the requirement of a noise-robust method. On this basis, we propose gradient-based cooperation in which the cooperation rate is adjusted based on the noise level using the concept of gradient. The concept of gradient-based cooperation is a way to make use of spatial correlation, and at the same time, to reduce the effects of noisy links.

Keywords: Distributed estimation, Adaptive networks, Diffusion strategy, fractional tap-length (FT) algorithm .

الگوریتم طول متغیر کسری نفوذی با قابلیت پیشبرد مشارکت مبتنی بر گرادیان برای افزایش کارایی شبکه‌های تطبیقی با لینک‌های نویزی

قنبر آذرینیا*^۱ و عباسعلی شریفی^۲

*۱- دانشکده فنی و مهندسی خوی - دانشگاه صنعتی ارومیه - ارومیه - ایران

۲- دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی برق، دانشگاه بناب، بناب، ایران

g.azarnia@uut.ac.ir^۱

sharifi@ubonab.ac.ir^۲

* نشانی نویسنده مسئول: قنبر آذرینیا، دانشکده فنی و مهندسی خوی - دانشگاه صنعتی ارومیه - ارومیه - ایران

چکیده: در این مقاله، مسئله تخمین تطبیقی در شبکه‌های حسگری بی‌سیم با ساختار مشارکت نفوذی، با در نظر گرفتن دو مورد واقع بینانه، یعنی نویزی بودن لینک تبادل بین گره‌ها و مجهول یا متغیر بودن طول پارامتر مورد تخمین مطالعه می‌شود. خواهیم دید که الگوریتم طول متغیر کسری که با تخمین بی‌درنگ طول فیلتر بهینه بین خطای حالت دائم و نرخ همگرایی تعادل برقرار می‌سازد، در حضور لینک‌های نویزی چه اندازه ناموفق عمل می‌کند. بدیهی است که این تخمین اشتباه طول ناشی از نویزی بودن لینک‌ها با تخمین نادرست ضرایب همراه است، واقعیتی که نیاز به ارائه شیوه‌ای مقاوم در برابر نویز را غیر قابل اجتناب می‌کند. لذا، در این مقاله، الگوریتمی با مشارکت مبتنی بر گرادیان پیشنهاد داده می‌شود که در آن میزان مشارکت بنا به شدت نویز بر اساس مفهوم گرادیان تنظیم می‌شود. مفهوم مشارکت مبتنی بر گرادیان شیوه‌ای است که هم امکان بهره گرفتن از همبستگی فضایی را فراهم کرده و هم اثرات لینک‌های نویزی را کاهش می‌دهد. نوآوری مقاله ارائه شیوه‌ای برای بهبود عملکرد شبکه‌های تطبیقی با طول فیلتر متغیر در حضور لینک‌های نویزی است. چرا که تطبیق صحیح طول در شرایط لینک‌های نویزی شرط اساسی برای عملکرد مناسب الگوریتم تطبیقی توزیع شده است. برای ارزیابی الگوریتم پیشنهادی علاوه بر منحنی آموزشی طول کسری، از معیارهای میانگین مربع انحراف (MSD)، میانگین مربع خطا (MSE) و میانگین مربع خطای اضافی (EMSE) استفاده می‌شود. الگوریتم پیشنهادی بر اساس این پارامترها عملکرد بهتری در مقایسه با الگوریتم FT نفوذی در شرایط لینک‌های نویزی دارد. به نحوی که در تخمین طول فیلتر موفقیت ۱۰۰٪ حاصل شده و میزان بهبود در MSD، MSE و EMSE همواره بسیار بهتر از الگوریتم FT نفوذی در شرایط لینک‌های نویزی است. به نحوی که MSD و MSE به ترتیب از مقادیر 8.9dB و 7.8dB - در الگوریتم FT نفوذی در شرایط لینک‌های نویزی می‌تواند تا 25.3dB - و 26.5dB - در الگوریتم پیشنهادی بهبود یابد.

واژه‌های کلیدی: تخمین توزیع شده، شبکه‌های تطبیقی، استراتژی نفوذی، الگوریتم تطبیق طول کسری (FT)

۱- مقدمه

گسترده‌ای به خود اختصاص داده است. در مسئله تخمین توزیع شده در شبکه‌های وفقی، مجموعه‌ای از گره‌ها پارامتر مورد نظری را از اندازه‌گیری‌های نویزی تخمین می‌زنند. در این زمینه، برای هر گره بخصوص، مجموعه‌ای از گره‌ها وجود دارند که به لحاظ

پردازش توزیع شده در شبکه‌های حسگری بی‌سیم یک موضوع پژوهشی پویا در حوزه پردازش سیگنال است که تحقیقات

وجود ندارد تا دقیقاً پیش‌بینی شود که فیلتر چه تعدادی ضریب باید داشته باشد تا به حداقل سطح میانگین مربع خطای ممکن دست یابد. مهمتر اینکه، اگر تعداد ضرایب فیلتر به دلیل انگیزه‌هایی مانند کاهش بار محاسباتی که یک ضرورت برای شبکه‌های حسگری بی‌سیم است، در یک مقدار کوچکتری ثابت شود، باعث افزایش خطای حالت دائم خواهد شد [۱۷-۱۸]. لذا در اکثر کاربردهای عملی، به ناچار، طول فیلتر معمولاً در یک مقدار به اندازه کافی بزرگ ثابت می‌شود تا از خطای حالت دائم بزرگ که از ناقص بودن طول فیلتر اتفاق می‌افتد، جلوگیری شود. اما این کار منجر به نرخ همگرایی کند و محاسبات بالا می‌شود. لذا، طول فیلتر بهینه‌ای لازم است تا بین خطای حالت دائم و نرخ همگرایی تعادل برقرار کند. بر این اساس الگوریتم‌های تطبیق ساختار مطرح شدند، با این ایده که گرچه حداقل میانگین مربعات خطا تابع غیرصعودی یکنوایی از طول فیلتر است اما کاهش آن با افزایش طول فیلتر، زمانی که طول فیلتر به اندازه کافی بزرگ باشد ناچیز است. از دیگر سو، داشتن یک فیلتر طویل نیز مناسب نیست چرا که نه تنها موجب افزایش غیرضروری محاسبات می‌شود بلکه نویز تطبیق بیشتری فراهم می‌آورد. لذا، طول فیلتر بهینه‌ای وجود خواهد داشت که بین عملکرد حالت دائم و پیچیدگی تعادل برقرار می‌کند، و حال آنکه در بسیاری از کاربردها ممکن است چنین طولی متغیر با زمان نیز باشد.

۲- کارهای پیشین

همان‌طور که در بخش قبل بیان شد، طول فیلتر بهینه‌ای وجود دارد که بین عملکرد حالت دائم و پیچیدگی تعادل برقرار می‌کند. به منظور یافتن چنین طول بهینه‌ای در حوزه‌ی تک فیلترهای وفقی، الگوریتم‌های بی‌شماری ارائه شده است [۱۹-۲۰]. این الگوریتم‌ها، نهایتاً در الگوریتم طول متغیر FT^2 به تکامل رسیده‌اند [۲۱]. الگوریتم FT شرایط لازم برای قلمداد شدن به عنوان یک الگوریتم طول متغیر محبوب را دارد. این الگوریتم شباهت بسیاری به الگوریتم LMS^3 دارد، به همین دلیل است که گهگاه الگوریتم طول متغیر از سبک LMS نامیده می‌شود. این الگوریتم همانند LMS ساده بوده و در عین حال کارایی خوبی از خود نشان داده است. لذا تعجب آور نیست که در زمینه‌ی شبکه‌های تطبیقی نیز از میان تمام الگوریتم‌های طول متغیر تنها این الگوریتم برای تطبیق ساختار مورد توجه قرار گیرد. این الگوریتم در حوزه توزیع شده در هر دو ساختار افزایشی [۲۲-۲۳] و نفوذی [۲۴-۲۶] ارائه شده است.

توپولوژیکی به آن متصل شده‌اند. این مجموعه گره‌ها که گره‌های همسایه آن گره بخصوص نامیده می‌شوند، اطلاعات محلی خود را جمع‌آوری کرده، تخمینی را بر اساس این اطلاعات صورت داده و حاصل را به آن گره بخصوص ارسال می‌کنند. از آنجا که ارتباط فقط بین هر گره و همسایگان متصل به آن صورت می‌پذیرد، امکان صرفه‌جویی در منابع ارتباطی نظیر انرژی و پهنای باند وجود دارد. علاوه بر این، عدم نیاز به یک پردازنده مرکزی، برآورد توزیع شده را مقیاس‌پذیرتر می‌کند. پردازش توزیع شده نخستین بار بر اساس یک استراتژی افزایشی ارائه شد [۱]. در یک استراتژی افزایشی، هر گره تخمین محلی تنها یک گره را دریافت کرده، آن را بر اساس داده‌های خود به هنگام کرده و نتیجه را تنها با یک گره دیگر به اشتراک می‌گذارد. به عبارتی، در این شیوه از مشارکت، اطلاعات به صورت چرخه‌ای بین گره‌ها مبادله می‌شود. گرچه در نگاه اول، نیاز به مبادله تنها با یک گره برای شبکه‌ای از حسگرهای بی‌سیم که در آن ذخیره انرژی برای افزایش طول عمر شبکه ضروری است، بسیار جذاب به نظر می‌رسد. اما، همین تبادل داده تنها با یک گره، چنین شبکه‌هایی را در برابر خرابی لینک یا گره غیرمقاوم می‌سازد. از دیگر سو، ایجاد مسیری که همه گره‌ها را یک بار و تنها یک بار دربرگیرد، اصطلاحاً یک مسئله $NP-hard^1$ به شمار می‌رود [۲]. این امر انگیزه‌ای بود برای معرفی استراتژی نفوذی که در آن هر گره به اندازه گیری‌ها و تخمین‌های زیر مجموعه‌ای از گره‌های مجاور که اصطلاحاً همسایگی آن گره نامیده می‌شود، دسترسی داشته و وزن‌های مختلفی را به اطلاعات دریافت شده از گره‌های این همسایگی اختصاص می‌دهد. در نتیجه، تخمین در هر گره تابعی از داده‌های زمانی آن گره و همچنین داده‌های مکانی در همسایگی آن گره است. لذا، یک شبکه تطبیقی بدست خواهد آمد که قادر است به تغییرات زمانی و مکانی به صورت بی‌درنگ پاسخ دهد [۷-۳]. الگوریتم نفوذی حداقل میانگین مربعات [۸]، الگوریتم نفوذی حداقل مربعات بازگشتی [۹-۱۰]، الگوریتم نفوذی گرادیان مزدوج [۱۱]، الگوریتم نفوذی Affine Projection [۱۲]، الگوریتم‌های نفوذی تنک تک وظیفه‌ای [۱۳-۱۴] و چند وظیفه-ای [۱۵-۱۶] نمونه‌هایی از الگوریتم‌های پرکاربرد با بهره‌گیری از استراتژی نفوذی به شمار می‌روند.

همه این الگوریتم‌های توزیع شده از یک فرض مشترک بهره می‌برند و آن این است که طول فیلتر یا بعد پارامتر مجهول از قبل معلوم است.

با این همه، در بسیاری از کاربردها، طول فیلتر بهینه همواره مجهول یا متغیر است. به عنوان مثال، در کاربردهای تشخیص سیستم برای مجموعه داده شده‌ای از شرایط کانال، هیچ قاعده‌ای

تطبیقی توزیع شده است که تاکنون به این موضوع پرداخته نشده است. ساختار ادامه این مقاله به شرح ذیل است: در بخش بعد مسئله تخمین توزیع شده طول و ضرایب بیان می‌شود. اثر لینک-های نویزی بر عملکرد الگوریتم طول متغیر وفقی در بخش ۴ بیان شده است. بخش ۵ به بیان الگوریتم پیشنهادی با مشارکت مبتنی بر گرادیان پرداخته و تحلیلی به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی ارائه می‌دهد. شبیه‌سازی‌های کامپیوتری را در بخش ۶ ارائه داده و در نهایت، در بخش ۷ به نتیجه‌گیری پرداخته‌ایم.

۳- مسئله تخمین توزیع شده طول و ضرایب

شبکه‌ای متشکل از N گره حسگری را در نظر می‌گیریم که در یک ناحیه جغرافیایی پخش شده‌اند. فرض می‌کنیم مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, N\}$ معرف گره‌های موجود در این شبکه باشند. هدف از به کارگیری این شبکه به دست آوردن تخمینی از پارامتر $w_{L_{opt}}^0$ با طول L_{opt} است. در اینجا هم تعیین وزن‌ها و هم تعیین طول $w_{L_{opt}}^0$ مورد نظر است. می‌توان قواعد تطبیق برای وزن‌ها و طول فیلتر را مجزا نمود، چرا که انتخاب یکی بستگی به انتخاب دیگری ندارد.

نخست فرض می‌کنیم که طول فیلتر برابر L باشد، که توسط راه‌حل جستجوی طول که بعداً بحث خواهد شد جستجو می‌شود. همچنین فرض می‌کنیم که در هر لحظه از زمان $i > 0$ ، گره k اطلاعاتی به صورت $\{d_k(i), \mathbf{u}_{k,i}\}$ را در اختیار دارد، که در آن $d_k(i)$ کمیت اسکالر اندازه‌گیری شده توسط گره بوده و $\mathbf{u}_{k,i}$ بردار رگرسیون با بعد $1 \times L$ است. این کمیات توسط رابطه‌ی زیر به بردار پارامتر $w_{L_{opt}}^0$ مرتبط می‌شوند:

$$d_k(i) = \mathbf{u}_{L_{opt},k,i} w_{L_{opt}}^0 + v_k(i) \quad (1)$$

در این رابطه $v_k(i)$ مولفه‌ی نویز مشاهده است که متغیر تصادفی گوسی با میانگین صفر و واریانس $\sigma_{v,k}^2$ و مستقل از بردار $\mathbf{u}_{L_{opt},k,i}$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین اندیس L_{opt} در $\mathbf{u}_{L_{opt},k,i}$ به این معنی است که طول این بردار برابر L_{opt} است.

از نظر ریاضی می‌توان کمیت‌های $\{d_k(i), \mathbf{u}_{k,i}\}$ را تحقق‌های زمانی از فرآیندهای تصادفی میانگین صفر ایستاد به مفهوم وسیع $\{d_k, \mathbf{u}_{k,i}\}$ فرض کرد. حال با توجه به اینکه برای به دست آوردن تخمین $w_{L_{opt}}^0$ به اطلاعات موجود در تمام گره‌ها نیاز داریم، این اطلاعات را در دو ماتریس گردآوری می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &\square \text{col}\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N\} & (N \times L) \\ \mathbf{d} &\square \text{col}\{d_1, d_2, \dots, d_N\} & (N \times 1) \end{aligned} \quad (2)$$

الگوریتم‌های ارائه شده در [۲۶-۲۲] با این فرض ارتقا داده شده‌اند که لینک بین گره‌ها ایده‌آل است. اما در عمل، تبادل بین گره‌ها از طریق لینک‌های نویزی صورت می‌گیرد. واقعیتی که می‌تواند به شدت بر عملکرد الگوریتم‌های توزیعی تاثیر بگذارد. اگر چه تاثیر لینک‌های نویزی بر عملکرد شبکه‌های تطبیقی با طول فیلتر ثابت مورد مطالعه قرار گرفته است [۱۸، ۲۸-۲۷] اما، تا کنون پژوهشی مبنی بر عملکرد الگوریتم‌های وفقی توزیع شده با طول فیلتر متغیر در شرایط لینک‌های نویزی صورت نگرفته است. لذا، در این پژوهش مسئله تخمین تطبیقی طول متغیر در شبکه‌های حسگری بی‌سیم با ساختار مشارکت نفوذی که در آن لینک تبادل بین گره‌ها نویزی است مورد مطالعه قرار می‌گیرد. ما تنها الگوریتم FT نفوذی را مورد بررسی قرار دادیم چرا که همانطور که بیان شد، الگوریتم‌های نفوذی مزیت‌های قابل توجهی نسبت به استراتژی افزایشی دارند. با این همه شیوه پیشنهادی نفوذی به استراتژی افزایشی نیز قابل تعمیم هست.

در الگوریتم طول متغیر نفوذی، هر دو تخمین‌های محلی طول و ضرایب بین گره‌ها مبادله می‌شود. در عمل به دلیل نویزی بودن لینک تبادل بین گره‌ها، نسخه آغشته به نویزی از این تخمین‌های محلی همسایگان، توسط هر گره دریافت خواهد شد. مطالعات ما نشان دادند که این امر باعث تخمین نادرست طول فیلتر به یک مقدار بزرگتر خواهد شد. این تخمین نادرست طول با تخمین نادرست در ضرایب همراه خواهد بود. لذا، عملکرد الگوریتم‌های تخمین طول و ضرایب هر دو به شدت تنزل خواهد کرد. به عبارتی، مشارکت بین گره‌ها که به منظور بهره‌گیری از چندگانگی فضایی و ارتقای عملکرد تخمین صورت می‌گرفت، تحت تاثیر نویز لینک‌ها به صورت یک عامل برای شکست الگوریتم توزیعی منجر می‌شود. برای حل این مشکل، در این مقاله الگوریتمی مبتنی بر مشارکت گرادینانی پیشنهاد شده است که در آن میزان مشارکت بین هر دو گره، بر اساس مفهوم گرادینانی تنظیم می‌شود. شبیه‌سازی‌ها نشان دادند که این کار نه تنها به تخمین صحیح طول منجر می‌شود، تخمین درست ضرایب را نیز به دنبال خواهد داشت. با توجه به مطالب بیان شده، نوآوری این مقاله ارائه شیوه‌ای با مشارکت مبتنی بر گرادیان برای بهبود عملکرد شبکه‌های تطبیقی با طول فیلتر متغیر در حضور لینک‌های نویزی است که در آن میزان مشارکت بنا به شدت نویز بر اساس مفهوم گرادیان تنظیم می‌شود. با پیشنهاد شیوه مشارکت مبتنی بر گرادیان، هم امکان بهره‌گرفتن از همبستگی فضایی را فراهم کرده و هم اثرات لینک‌های نویزی را کاهش خواهیم داد. چرا که تطبیق صحیح طول در شرایط لینک‌های نویزی، شرط اساسی برای عملکرد مناسب الگوریتم

حال مسئله مربوط به طول فیلتر را مورد توجه قرار می‌دهیم. به منظور یافتن طول فیلتر بهینه، متداول است که از تابع ارزشی بریده شده استفاده شود. چون طول فیلتر مجهول است، موقتا فرض می‌کنیم که طول فیلتر برابر L باشد. با این فرض، تابع ارزشی بریده شده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J_M^{(L)}(\mathbf{w}) = E\{\|\mathbf{d} - \mathbf{U}_M \mathbf{w}_M\|^2\} \quad (8)$$

که در آن $1 \leq M \leq L$ بوده و \mathbf{w}_M و \mathbf{U}_M به ترتیب شامل M مولفه‌ی اول \mathbf{w} و M ستون اول \mathbf{U} هستند. با این تعریف، طول بهینه از حل مسئله‌ی تخمین حداقل تفاضل میانگین مربعات خطای زیر حاصل می‌شود:

$$\min\{L \mid J_{(L-\Delta)}^{(L)}(\mathbf{w}) - J_L^{(L)}(\mathbf{w}) \leq \varepsilon\} \quad (9)$$

که در آن ε مقدار مثبت کوچکی است که متناسب با نیاز سیستم از قبل مشخص می‌شود، و Δ مقدار صحیح مثبتی است برای اجتناب از طول‌های زیربهینه. در [۲۳] یک راه حل توزیع شده مبتنی بر استراتژی نفوذی برای حل (۹) ارائه شده است:

$$l_{k,f}(i-1) = \sum_{\ell \in \mathbb{N}_k} b_{\ell,k} L_{\ell,f}(i-1) \quad (10)$$

$$L_{k,f}(i) = \quad (11)$$

$$l_{k,f}(i-1) - \alpha_k + \beta_k (e_{L_k(i)-\Delta_k}^2(\boldsymbol{\psi}_{k,i-1}) - e_{L_k(i)}^2(\boldsymbol{\psi}_{k,i-1}))$$

که در آن

$$e_{L_k(i)}(\boldsymbol{\psi}_{k,i-1}) = d_k(i) - \mathbf{u}_{k,i} \boldsymbol{\psi}_{k,i-1} \quad (12)$$

$$e_{L_k(i)-\Delta_k}(\boldsymbol{\psi}_{k,i-1}) = d_k(i) - \mathbf{u}_{k,i} (1 : L_k(i) - \Delta_k) \boldsymbol{\psi}_{k,i-1} (1 : L_k(i) - \Delta_k)$$

که $\mathbf{u}_{k,i} (1 : L_k(i) - \Delta_k)$ و $\boldsymbol{\psi}_{k,i-1} (1 : L_k(i) - \Delta_k)$ به ترتیب شامل $L_k(i) - \Delta_k$ ضریب نخست بردارهای $\mathbf{u}_{k,i}$ و $\boldsymbol{\psi}_{k,i-1}$ هستند. در (۱۱) پارامترهای α_k و β_k اعداد مثبت کوچکی هستند. α_k فاکتور نشت گره k ام بوده و برای جلوگیری از افزایش $L_{k,f}(i)$ به یک مقدار بزرگ نامطلوب به کار می‌رود. پارامتر β_k نیز ضریب گام گره k ام برای تطبیق $L_{k,f}(i)$ است. پارامترهای $b_{\ell,k}$ ضرایب وزنی محلی برای ترکیب طول فیلتر بوده و شرط $\sum_{\ell \in \mathbb{N}_k} b_{k,\ell} = 1$ را برآورده می‌کنند. این ضرایب را به طرق مختلف می‌توان انتخاب کرد. در این مقاله ما از قاعده درجه نسبی برای محاسبه این ضرایب استفاده خواهیم کرد [25]:

$$b_{k,\ell} = \begin{cases} \frac{n_\ell}{\sum_{m \in \mathbb{N}_k} n_m} & \text{if } \ell \in \mathbb{N}_k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

در (۱۰) و (۱۱) $l_{k,f}(i)$ و $L_{k,f}(i)$ به ترتیب طول فیلتر کسری تجمیعی و محلی بوده و طول صحیح از رابطه زیر حاصل می‌شود:

که در آن $\text{col}\{\}$ برداری ستونی، از مرتب نمودن ستونی درایه-هایش، تشکیل می‌دهد. با در نظر گرفتن معیار میانگین مربعات خطا، هدف تخمین بردار \mathbf{w} با مرتبه‌ی $L \times 1$ مطابق با قاعده بهینه‌سازی زیر است

$$\arg \min_{\mathbf{w}} J_L(\mathbf{w}) \quad (3)$$

که در آن تابع ارزشی $J_L(\mathbf{w})$ بیانگر میانگین مربعات خطا به صورت زیر است:

$$J_L(\mathbf{w}) = E\{\|\mathbf{d} - \mathbf{U}\mathbf{w}\|^2\} \quad (4)$$

فرض کنیم همسایگی گره k به صورت مجموعه‌ای از گره‌ها، شامل خود گره k و گره‌هایی که به صورت مستقیم به آن وصل هستند، تعریف شود و آن را با \mathbb{N}_k نشان دهیم. با این تعریف، حل مسئله (۳) در یک استراتژی نفوذی برای بازگشت از نوع LMS عبارت خواهد بود از:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Phi}_k^{(i-1)} = f_k(\boldsymbol{\psi}_\ell^{(i-1)}; \ell \in \mathbb{N}_{k,i-1}) \\ \boldsymbol{\psi}_\ell^{(i)} = \boldsymbol{\Phi}_k^{(i-1)} + \mu_k \mathbf{u}_{k,i}^* (d_k(i) - \mathbf{u}_{k,i} \boldsymbol{\Phi}_k^{(i-1)}) \end{cases} \quad (5)$$

به عبارتی در مشارکت نفوذی هر گره k با گره‌های همتا در همسایگی خود همفکری نموده و تخمین‌های گذشته‌ی آنها را با تخمین گذشته‌ی خود ترکیب می‌نماید، این گره یک تخمین تجمیعی $\boldsymbol{\Phi}_k^{(i-1)}$ ایجاد نموده و آن را به فیلتر وقتی محلی خود می‌دهد. در رابطه (۵) ترکیب‌کننده‌ی $f_k(\cdot)$ می‌تواند غیرخطی و حتی متغیر با زمان باشد، تا مثلاً تغییرات توپولوژیکی را منعکس نماید و یا به محیط‌های غیرایستاد پاسخ دهد. یک قاعده‌ی ساده‌ی ترکیب استفاده از ترکیب‌کننده‌ی خطی است، که در آن، در گره k تخمین تجمیعی $\boldsymbol{\Phi}_k^{(i-1)}$ از ترکیب خطی تخمین‌های همسایگان حاصل می‌شود:

$$\boldsymbol{\Phi}_k^{(i-1)} = \sum_{\ell \in \mathbb{N}_k} c_{k,\ell} \boldsymbol{\psi}_\ell^{(i-1)} \quad (6)$$

که در آن $\sum_{\ell \in \mathbb{N}_k} c_{k,\ell} = 1$ است. قواعد مختلفی برای انتخاب ضرایب ترکیب $c_{k,\ell}$ وجود دارد. در این مقاله ما از قاعده Metropolis برای محاسبه این ضرایب استفاده خواهیم کرد [۸]:

$$c_{k,\ell} = \begin{cases} 1/\max(n_k, n_\ell) & \text{if } k \neq \ell \text{ are linked} \\ 0 & \text{if } k \text{ and } \ell \text{ are not linked} \\ 1 - \sum_{m \in \mathbb{N}_k \setminus \{k\}} c_{k,m} & \text{if } k = \ell \end{cases} \quad (7)$$

که در آن n_k و n_ℓ به ترتیب تعداد گره‌های همسایگی‌های \mathbb{N}_k و \mathbb{N}_ℓ را نشان می‌دهند. همچنین، منظور از عبارت $\mathbb{N}_k \setminus k$ تمام گره‌ها در همسایگی \mathbb{N}_k به جز گره k است.

$$L_k(i) = \begin{cases} \lfloor L_{k,f}(i) \rfloor, & \text{if } |L_k(i-1) - L_{k,f}(i)| > \delta_k \\ L_k(i-1) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

که در آن $\lfloor \cdot \rfloor$ علامت جزء صحیح بوده و δ_k عدد صحیح کوچکی است که معمولا برابر واحد انتخاب می‌شود.

۴- اثر لینک‌های نویزی بر عملکرد الگوریتم طول متغیر و فقی

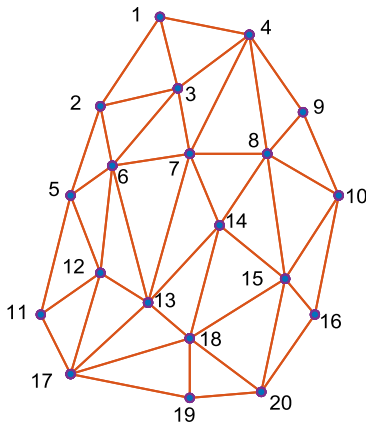
در یک شبکه‌ی تطبیقی با توپولوژی نفوذی، زمانی که لینک بین گره‌های موجود در شبکه ایده‌آل فرض می‌شود، تخمین‌های $\psi_\ell^{(i-1)}$ و $L_{\ell,f}(i-1)$ ارسال شده توسط گره‌های همسایه گره k ، دقیقا به همان صورت در گره k دریافت می‌شوند. اما چنانچه قبلا نیز اشاره شد در عمل لینک بین گره‌ها نویزی هستند. در حالت لینک‌های نویزی علاوه بر اینکه ضرایب فیلتر در تبادل بین گره‌های همسایه از نویز لینک‌ها تأثیر می‌پذیرند، مبادله‌ی طول بین گره‌ها نیز متأثر از نویز لینک‌ها خواهد بود. به عبارت دیگر، به دلیل نویزی بودن لینک‌ها، در گره k به جای دریافت $\psi_\ell^{(i-1)}$ و $L_{\ell,f}(i-1)$ ، مقادیر آغشته به نویز آنها دریافت خواهند شد. به عبارتی در حضور لینک‌های نویزی روابط (۶) و (۱۰) به ترتیب به صورت زیر تغییر خواهند کرد:

$$\phi_k^{(i-1)} = \sum_{\ell \in \mathcal{N}_k} c_{k,\ell} (\psi_\ell^{(i-1)} + q_{k,\ell}^{(i-1)}) \quad (16)$$

$$l_{k,f}(i-1) = \sum_{\ell \in \mathcal{N}_k} b_{\ell,k} (L_{\ell,f}(i-1) + q_{L_{\ell,f},k,\ell}(i-1)) \quad (17)$$

که در آن $q_{k,\ell}^{(i-1)}$ و $q_{L_{\ell,f},k,\ell}(i-1)$ به ترتیب مؤلفه‌های نویز جمع شونده به بردار ضرایب و طول کسری مبادله شده از طریق لینک بین گره‌های k و $\ell \in \mathcal{N}_k \setminus \{k\}$ هستند. فرض می‌شود که $q_{k,\ell}^{(i-1)}$ به صورت یک فرآیند تصادفی با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس $Q_{k,\ell}$ است. $q_{L_{\ell,f},k,\ell}(i-1)$ نیز یک فرآیند تصادفی با میانگین صفر و واریانس $\sigma_{q,k,\ell}^2$ در نظر گرفته می‌شود.

در یک شبکه‌ی تطبیقی نفوذی نویزی بودن لینک‌های تبادل بین گره‌ها عملکرد الگوریتم تطبیق طول FT را به شدت تنزل خواهد داد. در ادامه با اجرای یک شبیه‌سازی شدت تأثیر لینک‌های نویزی بر عملکرد الگوریتم FT نفوذی نشان داده می‌شود. برای این منظور شبکه‌ای متشکل از $N=20$ گره مطابق شکل ۱ را در نظر می‌گیریم، که در یک توپولوژی نفوذی برای تخمین بردار $L_{opt} \times 1$ مجهول $L_{opt} = 60$ با $w_{L_{opt}}^0 = \text{col}\{1, 1, \dots, 1\} / \sqrt{L_{opt}}$ پیاده‌سازی شده است.



شکل ۱: ساختار مشارکتی گره‌ها در شبکه

بردارهای رگرسیون هر گره به صورت مستقل از سایر گره‌ها با عبور دادن نویز گوسی سفید با میانگین صفر و واریانس واحد از فیلتر شکل‌دهنده طیف $H(z) = 0.35 + z^{-1} + 0.35z^{-2}$ حاصل شده‌اند. نویز مشاهدات هر گره یک رشته گوسی تصادفی ناهمبسته میانگین صفر با واریانس $\sigma_{v,k}^2 = 0.001$ در نظر گرفته شده است. پارامتر ضریب گام برابر $\mu_k = 0.008$ و پارامترهای الگوریتم به‌هنگام‌رسانی طول به صورت:

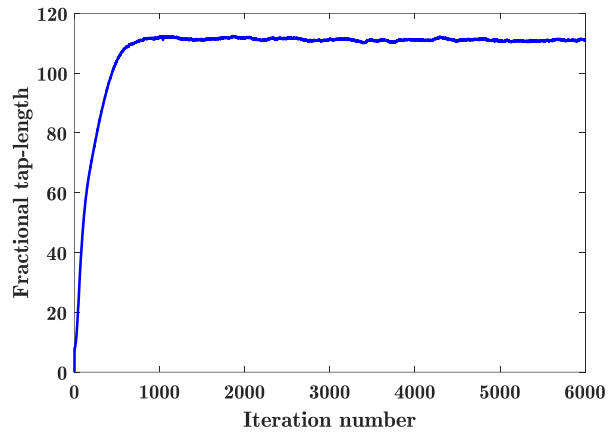
$\delta_k = 1, \alpha_k = 0.05, \beta_k = 2, \Delta_k = 6$ و طول اولیه برابر با حداقل طول $L_{min} = 8$ در نظر گرفته شده‌اند.

شکل‌های ۲ و ۳ به ترتیب منحنی آموزشی طول کسری حاصل را، برای دو شرایط متفاوت نویز لینک، $Q_{k,\ell} = 0.1I, \sigma_{q,k,\ell}^2 = 0.1$ و $Q_{k,\ell} = 10^{-2}I, \sigma_{q,k,\ell}^2 = 10^{-2}$ نشان می‌دهند. شکل ۲ نشان می‌دهد که در شرایط نویزی بودن لینک‌ها، طول فیلتر به یک مقدار بزرگتر همگرا می‌شود (۱۱۱) به جای ۶۰). این بیش‌برآورد طول با تخمین خطا دار ضرایب همراه است. در صورت فرض ایده‌آل (نویزی نبودن لینک‌ها)، یک تقریب بزرگتر برای طول با تخمین مقدار صفر برای ضرایب اضافی‌تر همراه است. اما نویزی بودن لینک‌ها باعث می‌شود که این ضرایب اضافی‌تر (و حتی دیگر ضرایب فیلتر) با خطای بزرگی تخمین زده شوند. موردی که عملکرد هر دو الگوریتم تطبیق طول و ضرایب را به شدت تنزل می‌دهد. با افزایش شدت نویز لینک‌ها، همان‌طور که شکل ۳ نشان می‌دهد، این بیش‌برآورد طول، با تخمین ناقص طول (under-modeling) در بعضی تکرارها (نشان داده شده توسط کادر مستطیلی شکل) همراه است. این امر (یعنی تخمین

بر این اساس، در این بخش شیوه‌ای مبتنی بر مشارکت گرادیان برای بهبود عملکرد همزمان هر دو الگوریتم تطبیق طول FT و تطبیق ضرایب در یک ساختار نفوذی پیشنهاد می‌شود. در این الگوریتم تلاش شده است تا از مزایای هر دو استراتژی مشارکتی (برای افزایش سرعت همگرایی) و غیر مشارکتی (برای کاهش اثرات لینک‌های نویزی) بهره گرفته شود. قاعده‌ای که این امر را ممکن می‌سازد، تنظیم مشارکت براساس بردار گرادیان است. همان‌طور که روابط (۱۶) و (۱۷) نشان می‌دهد، در حضور لینک‌های نویزی هر دو طول و ضرایب مبادله شده بین همسایگان، با خطای ناشی از نویز لینک‌ها همراه هستند. این امر مطابق با روابط (۱۱)–(۱۳) تخمین طول را با خطا همراه خواهد کرد.

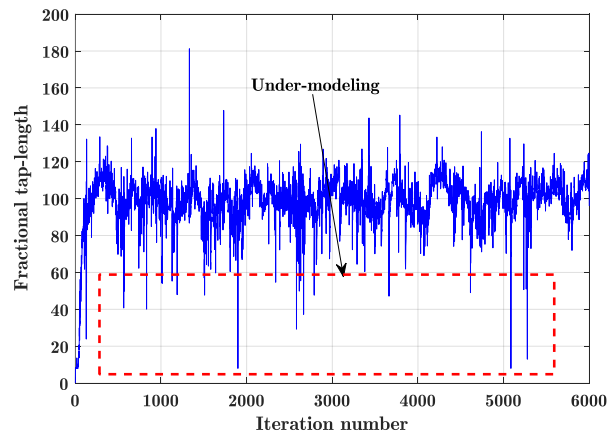
اگر دقیق‌تر به رابطه (۱۱) نگاه کنیم، مشاهده می‌شود که نویز اضافه شونده به طول همان نقش فاکتور نشت را ایفا می‌کند. لذا، با انتخاب مناسب فاکتور نشت می‌توان تاثیر این نویز را در عملکرد فاکتور نشت جمع کرد. لذا تنها کافی است که اثر نویز اضافه شده به ضرایب مبادله شده که مطابق روابط (۱۱)–(۱۳) علاوه بر تاثیر در تطبیق ضرایب، عملکرد تطبیق طول را نیز با شکست مواجه می‌سازد، کاهش یابد. برای تحقق این امر، به جای مشارکت تمام ضرایب همسایگان در فرآیند تطبیق، گزینه‌ای از این ضرایب به کار گرفته می‌شود. ضرایبی که مهم‌ترین نقش را در حفظ چندگانگی فضایی داشته باشند، تا به عبارتی بتوان حداکثر مشارکت بین گره‌ها را تحقق بخشید. برای دیگر ضرایب از قلم انداخته شده نیز، هر گره ضرایب به‌هنگام شده به صورت غیرمشارکتی (متمرکز در خود گره) را جایگزین می‌سازد تا از خطای ناشی از نویزی بودن لینک‌ها کاسته شود. اینکه گزینش بین ضرایب برای مشارکت چگونه صورت گیرد، به جای انتخاب تصادفی ضرایب، از مفهوم انتخابگری مبتنی بر گرادیان استفاده می‌کنیم. به عبارتی، ضرایبی را برای مشارکت انتخاب می‌کنیم که تندترین نزول را در جهت ضرایب متناظر (تندترین شیب را در مؤلفه‌های متناظر بردار گرادیان) نتیجه دهند. یک مؤلفه‌ی بزرگ گرادیان، نزول تندتری در جهت ضریب متناظر خواهد داشت و متعاقباً با به‌هنگام‌رسانی آن ضریب کاهش بیشتری در خطا صورت خواهد گرفت. اگر زامین مؤلفه بردار $u_{k,i}$ را با $u_{k,i}(j)$ نشان دهیم، در این صورت با توجه به تخمین گرادیان در جهت زامین ضریب در گره k برای تکرار i ام یعنی $-2e_k(i)u_{k,i}(j)$ مؤلفه‌های متناظر با مقادیر بزرگتر $|u_{k,i}(j)|$ بیشترین سهم را در جهت تغییرات به سمت پاسخ مطلوب خواهند داشت.

ناقص طول) عملکرد بدتر الگوریتم تطبیق ضرایب را به دنبال خواهد داشت.



شکل ۲: منحنی طول کسری برای شرایط

$$Q_{k,l} = 10^{-2}I, \sigma_{q,k,l}^2 = 10^{-2}$$



شکل ۳: منحنی طول کسری برای شرایط

$$Q_{k,l} = 0.1I, \sigma_{q,k,l}^2 = 0.1$$

۵- الگوریتم پیشنهادی با مشارکت مبتنی بر گرادیان

مهمترین دلیل برای تحمیل مبادلات بین گره‌ها (که با مصرف بالای توان همراه است) در اجرای مشارکتی پردازش‌ها در شبکه حسگری بی‌سیم به جای پردازش غیرمشارکتی، بهره‌گیری از مزایای چندگانگی فضایی برای بهبود کیفیت تخمین (همگرایی و خطای حالت دائم) است. اما، همان‌طور که مشاهده شد، نویز لینک‌ها این هدف را با شکست روبرو می‌سازد، به نحوی که نه تنها کیفیت تخمین بهتر از حالت غیرمشارکتی نمی‌شود، بلکه عملکرد به مراتب بدتری نتیجه می‌شود.

نویزی دریافت شده از همسایگان $L_{\ell,f}(i-1) + q_{L_{\ell,k},\ell}(i-1)$ مطابق با $l_{k,f}(i-1) = \sum_{\ell \in \mathcal{N}_k} b_{\ell,k} (L_{\ell,f}(i-1) + q_{L_{\ell,k},\ell}(i-1))$ طول کسری را به صورت زیر به‌هنگام می‌کند:

$$L_{k,f}(i) = l_{k,f}(i-1) - \alpha_k + \beta_k (e_{L_k(i)-\Delta_k}^2(\psi_k^{(i)}) - e_{L_k(i)}^2(\psi_k^{(i)})) \quad (23)$$

با حصول این طول کسری، طول صحیح مطابق رابطه (۱۵) به‌هنگام شده و با توجه آن، طول بردارهای $z_k^{(i)}$ و $\psi_k^{(i)}$ برای شروع تکراری بعدی اصلاح می‌شود. الگوریتم پیشنهادی را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

$$\begin{aligned} \Phi_k^{(i-1)} &= \sum_{\ell \in \mathcal{N}_k} c_{k,\ell} (\psi_\ell^{(i-1)} + q_{k,\ell}^{(i-1)}) \\ z_k^{(i)} &= z_k^{(i-1)} + \mu_k \mathbf{u}_{k,i}^* (d_k(i) - \mathbf{u}_{k,i} z_k^{(i-1)}) \\ \chi_k^{(i)}(j) &= \begin{cases} \Phi_k^{(i-1)}(j) & \text{if } j \text{ corresponds to one} \\ & \text{of the first } M \text{ maxima of} \\ & |u_{k,i}(j)|, j=1, \dots, L \\ z_k^{(i)}(j) & \text{otherwise} \end{cases} \\ \rho_k^{(i)} &= \lambda_k \rho_k^{(i-1)} + \mu_k \mathbf{u}_{k,i}^* (d_k(i) - \mathbf{u}_{k,i} \chi_k^{(i)}) \\ \psi_k^{(i)} &= \lambda_k \rho_k^{(i)} + (1 - \lambda_k) z_k^{(i)} \\ e_{L_k(i)}(\psi_k^{(i)}) &= d_k(i) - \mathbf{u}_{k,i} \psi_k^{(i)} \\ e_{L_k(i)-\Delta_k}(\psi_k^{(i)}) &= \\ & d_k(i) - \mathbf{u}_{k,i} (1 : L_k(i) - \Delta_k) \psi_k^{(i)} (1 : L_k(i) - \Delta_k) \\ L_{k,f}(i) &= \\ l_{k,f}(i-1) - \alpha_k + \beta_k (e_{L_k(i)-\Delta_k}^2(\psi_k^{(i)}) - e_{L_k(i)}^2(\psi_k^{(i)})) \\ L_k(i) &= \begin{cases} \lfloor L_{k,f}(i) \rfloor, & \text{if } |L_k(i-1) - L_{k,f}(i)| > \delta_k \\ L_k(i-1) & \text{otherwise} \end{cases} \\ & \text{make } z_k^{(i)} \text{ and } \psi_k^{(i)} \text{ a } L_k(i) \text{ column vector} \end{aligned}$$

فلوچارت ۱ مراحل مختلف الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد.

همان‌طور که این فلوچارت نشان می‌دهد، هر گره نخست تخمین آغشته به نویز ضرایب $\psi_\ell^{(i-1)} + q_{k,\ell}^{(i-1)}$ و تخمین‌های نویزی طول $L_{\ell,f}(i-1) + q_{L_{\ell,k},\ell}(i-1)$ را از همسایگان خود دریافت کرده و آنها را با استفاده از ضرایب ترکیب در نظر گرفته شده ترکیب می‌کند تا تخمین‌های تجمیعی $\Phi_k^{(i-1)} = \sum_{\ell \in \mathcal{N}_k} c_{k,\ell} (\psi_\ell^{(i-1)} + q_{k,\ell}^{(i-1)})$ و سپس، این گره فرآیند تخمین غیرمشارکتی را اجرا کرده و بردار عاری از نویز لینک $z_k^{(i)}$ را به‌هنگام می‌کند. با حصول بردار به‌هنگام شده $z_k^{(i)}$ ، در گام بعد این گره بردار $\chi_k^{(i)}$ را به این صورت تشکیل

با توجه به آنچه بیان شد، در شیوه پیشنهادی هر گره بعد از دریافت تخمین آغشته به نویز $\psi_\ell^{(i-1)} + q_{k,\ell}^{(i-1)}$ از همسایگان خود آنها را با استفاده از ضرایب ترکیب $c_{k,\ell}$ که با توجه به قاعده Metropolis انتخاب شده‌اند، ترکیب می‌کند تا تخمین تجمیعی $\Phi_k^{(i-1)} = \sum_{\ell \in \mathcal{N}_k} c_{k,\ell} (\psi_\ell^{(i-1)} + q_{k,\ell}^{(i-1)})$ حاصل شود. اما، این گره تخمین تجمیعی حاصل را مستقیماً وارد فرآیند به‌هنگام-رسانی نمی‌کند. بلکه همان‌طور که بیان شد، این گره در کنار به-هنگام رسانی‌های مشارکتی، یک فرآیند تخمین غیرمشارکتی بدون بهره‌گیری از هیچ همکاری از جانب همسایگان را به صورت زیر به اجرا می‌گذارد:

$$z_k^{(i)} = z_k^{(i-1)} + \mu_k \mathbf{u}_{k,i}^* (d_k(i) - \mathbf{u}_{k,i} z_k^{(i-1)}) \quad (18)$$

که در آن $z_k^{(i)}$ تخمین محلی از بردار پارامتر مجهول $W_{L_{opt}}^o$ است که تنها با استفاده از اطلاعات خود گره k در تکرار i به‌هنگام می‌شود. حال این گره، بردار جدید $\chi_k^{(i)}$ را به این صورت تشکیل می‌دهد که M مولفه از $\Phi_k^{(i-1)}$ متناظر با M مقدار ماکزیمم $|u_{k,i}(j)|$ را شامل شده و بقیه درایه‌های آن از بردار عاری از نویز لینک $z_k^{(i)}$ انتخاب شوند. این نحوه تشکیل بردار $\chi_k^{(i)}$ ؛ اولاً؛ دو شیوه مشارکتی و غیرمشارکتی را در کنار هم قرار می‌دهد (به عبارتی میزان مشارکت توسط پارامتر M کنترل می‌شود). ثانیاً؛ این نحوه انتخاب ضرایب برای مشارکت متناظر با مولفه‌هایی از بردار گرادیان با ماکزیمم مقدار مطلق هستند، تا از میزان مشارکت بیشترین بهره گرفته شود. حال بردار $\chi_k^{(i)}$ وارد فیلتر تطبیقی محلی گره k شده و به صورت زیر به‌هنگام می‌شود:

$$\rho_k^{(i)} = \chi_k^{(i)} + \mu_k \mathbf{u}_{k,i}^* (d_k(i) - \mathbf{u}_{k,i} \chi_k^{(i)}) \quad (19)$$

در این مرحله از الگوریتم، ترکیب محدب تخمین‌های $z_k^{(i)}$ و $\rho_k^{(i)}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\psi_k^{(i)} = \lambda_k \rho_k^{(i)} + (1 - \lambda_k) z_k^{(i)} \quad (20)$$

که در آن $0 < \lambda_k < 1$ مقدار ثابتی است. حال با حصول این تخمین، مقادیر خطای

$$e_{L_k(i)}(\psi_k^{(i)}) = d_k(i) - \mathbf{u}_{k,i} \psi_k^{(i)} \quad (21)$$

$$e_{L_k(i)-\Delta_k}(\psi_k^{(i)}) = d_k(i) - \mathbf{u}_{k,i} (1 : L_k(i) - \Delta_k) \psi_k^{(i)} (1 : L_k(i) - \Delta_k) \quad (22)$$

برای به‌هنگام رسانی ضرایب فیلتر حساب می‌شوند. این گره از این مقادیر خطا استفاده کرده و پس از ترکیب تخمین‌های طول

حال تحلیلی به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی ارائه می‌دهیم. دقت شود که در مورد یک الگوریتم طول متغیر چون طول فیلتر تکرار به تکرار تغییر می‌کند، چنین تحلیلی چالش برانگیز است. لذا، به منظور سادگی آنالیز، با پر کردن پارامتر مجهول $w_{L_{opt}}^o$ با $L_u - L_{opt}$ تعداد صفر، بردار w_{L_u} با طول L_u را به دست می‌آوریم که در آن طول صحیح L_u به صورت $L_u > \max\{L_{opt}, L_k(i)\}$ تعریف شده است. بردار w_{L_u} را به سه بخش، به صورت $w_{L_u} = [w_1^T, w_2^T, w_3^T]^T$ تفکیک می‌کنیم، که در آن w_1 بخش مدل شده توسط $\psi_{1,k}^{(i)}$ بوده و w_2 بخش مدل شده توسط $\psi_{2,k}^{(i)}$ است. به نحوی که

$$\psi_{1,k}^{(i)} = \psi_k^{(i)}(1:L_k(i) - \Delta_k) \quad (24)$$

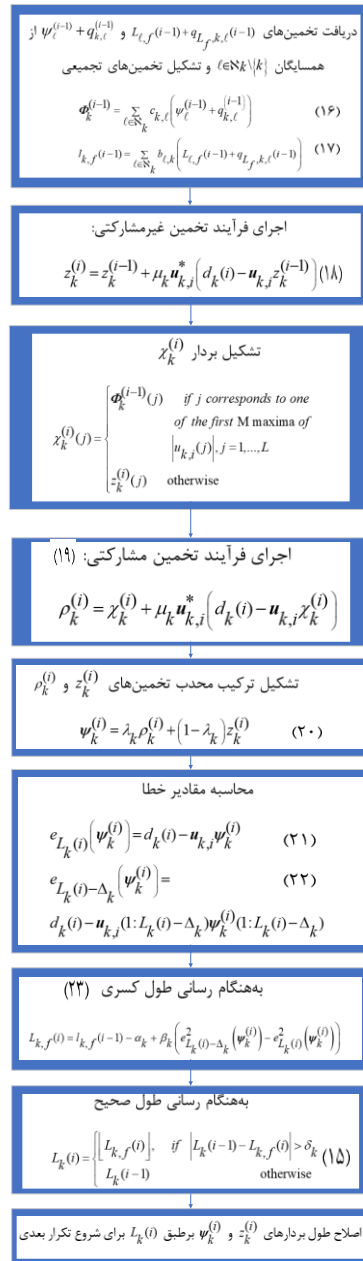
$$\psi_{2,k}^{(i)} = \psi_k^{(i)}(L_k(i) - \Delta_k + 1:L_k(i)) \quad (25)$$

همچنین، با پر کردن بردار $\psi_k^{(i)}$ با $L_u - L_k(i)$ تعداد صفر به منظور حصول بردار $\psi_{L_u,k}^{(i)}$ ، بردار خطای وزن را به صورت $\bar{\psi}_{L_u,k}^{(i)} = w_{L_u} - \psi_{L_u,k}^{(i)}$ تعریف می‌کنیم. همچنین، می‌توان این بردار را به صورت زیر تفکیک کرد:

$$\bar{\psi}_{L_u,k}^{(i)} = \begin{bmatrix} w_1 - \psi_{1,k}^{(i)} \\ w_2 - \psi_{2,k}^{(i)} \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\psi}_{1,k}^{(i)} \\ \bar{\psi}_{2,k}^{(i)} \\ w_3 \end{bmatrix} \quad (26)$$

همچنین تقسیم‌بندی مشابهی برای بردار $u_{L_u,k,i}$ که برداری است با طول L_u ، در نظر می‌گیریم. با توجه به نمادگذاری شرح داده شده و روابط (1) و (26)، می‌توان (21) و (22) را به ترتیب به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} e_{L_k(i)}(\psi_k^{(i)}) &= u_{L_{opt},k,i} w_{L_{opt}}^o + v_k(i) - u_{k,i} \psi_k^{(i)} \\ &= u_{L_u,k,i} \begin{bmatrix} w_{L_{opt}}^o \\ 0_{(L_u - L_{opt}) \times 1} \end{bmatrix} - u_{L_u,k,i} \begin{bmatrix} \psi_k^{(i)} \\ 0_{(L_u - L_k(i)) \times 1} \end{bmatrix} + v_k(i) \\ &= u_{L_u,k,i} (w_{L_u} - \psi_{L_u,k}^{(i)}) + v_k(i) \\ &= u_{L_u,k,i} \bar{\psi}_{L_u,k}^{(i)} + v_k(i) \quad (27) \\ &= \begin{bmatrix} u_{1,k,i} & u_{2,k,i} & u_{3,k,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\psi}_{1,k}^{(i)} \\ \bar{\psi}_{2,k}^{(i)} \\ w_3 \end{bmatrix} + v_k(i) \\ &= u_{1,k,i} \bar{\psi}_{1,k}^{(i)} + u_{2,k,i} \bar{\psi}_{2,k}^{(i)} + u_{3,k,i} w_3 + v_k(i) \end{aligned}$$



فلوچارت ۱: مراحل مختلف انجام الگوریتم پیشنهادی

می‌دهد که M مولفه از $\Phi_k^{(i-1)}$ متناظر با M مقدار ماکزیمم $|u_{k,i}(j)|$ را شامل شده و بقیه درایه‌های آن از بردار عاری از نویز لینگ $z_k^{(i)}$ انتخاب شوند. با حصول بردار $\chi_k^{(i)}$ ، در گام بعد فرآیند تخمین مشارکتی صورت گرفته و بردار $\rho_k^{(i)}$ تخمین زده می‌شود. حال، در این مرحله از الگوریتم، ترکیب محدب تخمین‌های $z_k^{(i)}$ و $\rho_k^{(i)}$ محاسبه می‌شود. با حصول این تخمین، مقادیر خطا برای به‌هنگام رسانی ضرایب فیلتر حساب می‌شوند. این گره از این مقادیر خطا استفاده کرده و طول کسری و سپس طول صحیح را به‌هنگام می‌کند. نهایتاً مطابق طول صحیح تخمین زده شده، طول بردارهای $z_k^{(i)}$ و $\psi_k^{(i)}$ برای شروع تکراری بعدی اصلاح می‌شوند.

تاییدی است بر این امر که برای کاهش اثرات لینک‌های نویزی، نویز اضافه شده به طول کسری مبادله شده بین گره‌ها تاثیر چندانی در عملکرد الگوریتم نداشته و بهتر است که تنها اثر نویز در وزن‌های فیلتر لحاظ شود. چرا که عاملی که نویز را در رابطه فوق دخالت می‌دهد، عبارت $E\left\{\left\|\Psi_{2,k}^{-(i)}\right\|^2\right\}$ است. لذا، با کاهش اثر نویز در $\Psi_k^{(i)}$ می‌توان تاثیر آن را در تخمین طول مطابق (۳۰) کاهش داد، چیزی که مطابق روابط (۱۸)–(۲۰) الگوریتم پیشنهادی صورت می‌پذیرد. لذا، با توجه به استدلال صورت گرفته و نیز همان‌طور که در شبیه‌سازی‌ها نشان داده خواهد شد، الگوریتم پیشنهادی در حضور لینک‌های نویزی عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم D-FT⁴ معمول به نمایش خواهد گذاشت. این امر به هزینه افزایش در میزان محاسبات صورت می‌گیرد. برای نشان دادن این موضوع تعداد عملیات مختلف لازم برای پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی، و الگوریتم D-FT، در یک گره و برای یک تکرار و برای داده‌های حقیقی در جدول (۱) نشان داده شده است.

۶- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های انجام گرفته نمایش داده می‌شود.

۶-۱- جزییات شبیه‌سازی

به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی همان توپولوژی نشان داده شده در شکل ۱ با $N=20$ گره حسگری بکار رفته برای تخمین بردار مجهول $w_{opt}^o = \text{col}\{1,1,\dots,1\} / \sqrt{L_{opt}}$ با طول $L_{opt} = 60$ در نظر گرفته شده است. برای ایجاد یک سناریوی سخنگیرانه‌تر به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، بردارهای رگرسیون هر گره با عبور دادن نویز سفید گوسی با میانگین صفر و واریانس واحد از یک فیلتر شکل دهنده طیف با تابع تبدیل $H(z) = 0.35 + z^{-1} + 0.35z^{-2}$ حاصل شده‌اند.

$$\begin{aligned} e_{L_k(i)-\Delta_k}(\Psi_k^{(i)}) &= u_{L_{opt},k,i} w_{L_{opt}}^o + v_k(i) \\ &= u_{L_k,i} \begin{bmatrix} w_{L_{opt}}^o \\ 0_{(L_u-L_{opt}) \times 1} \end{bmatrix} - u_{L_k,i} \begin{bmatrix} \Psi_{1,k}^{(i)} \\ 0_{(L_u-L_k(i)+\Delta_k) \times 1} \end{bmatrix} + v_k(i) \\ &= \begin{bmatrix} u_{1,k,i} & u_{2,k,i} & u_{3,k,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{1,k}^{-(i)} \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} + v_k(i) \\ &= u_{1,k,i} \Psi_{1,k}^{-(i)} + u_{2,k,i} w_2 + u_{3,k,i} w_3 + v_k(i) \end{aligned} \quad (28)$$

با توجه به روابط حاصل شده، کلیدی‌ترین عبارت رابطه به-هنگام رسانی طول، یعنی $e_{L_k(i)}^2(\Psi_k^{(i)}) - e_{L_k(i)-\Delta_k}^2(\Psi_k^{(i)})$ ، را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} e_{L_k(i)}^2(\Psi_k^{(i)}) - e_{L_k(i)-\Delta_k}^2(\Psi_k^{(i)}) &= \\ &= 2v_k(i)u_{2,k,i}\Psi_{2,k}^{-(i)} - 2v_k(i)u_{2,k,i}w_2 + 2u_{2,k,i}\Psi_{2,k}^{-(i)}u_{1,k,i}\Psi_{1,k}^{-(i)} \\ &\quad - 2u_{1,k,i}\Psi_{1,k}^{-(i)}u_{2,k,i}w_2 + [u_{2,k,i}\Psi_{2,k}^{-(i)}]^2 - [u_{2,k,i}w_2]^2 \\ &\quad + 2u_{3,k,i}w_3u_{2,k,i}\Psi_{2,k}^{-(i)} - 2u_{3,k,i}w_3u_{2,k,i}w_2 \end{aligned} \quad (29)$$

با جایگذاری (۲۹) در (۲۳) و گرفتن میانگین آماری از طرفین رابطه حاصل خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} E\{L_{k,f}(i)\} &= \\ &= \sum_{\ell \in \mathbb{N}_k} b_{\ell,k} E\{L_{\ell,f}(i-1)\} - \alpha_k \\ &\quad + \sigma_{u,k}^2 \beta_k \left(E\{\|w_2\|^2\} - E\{\|\Psi_{2,k}^{-(i)}\|^2\} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

در حصول (۳۰) از فرض استقلال زمانی و مکانی بردارهای رگرسیون استفاده کرده‌ایم. همچنین فرض کرده‌ایم که درایه‌های این بردار ناهمبسته بوده، دارای توزیع گوسی با میانگین صفر و واریانس $\sigma_{u,k}^2$ هستند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نویز اضافه شده به طول فیلتر کسری در تبادله بین گره‌ها در رابطه (۳۰) ظاهر نشده است. این امر با استدلال‌های قبلی ما همسو بوده و

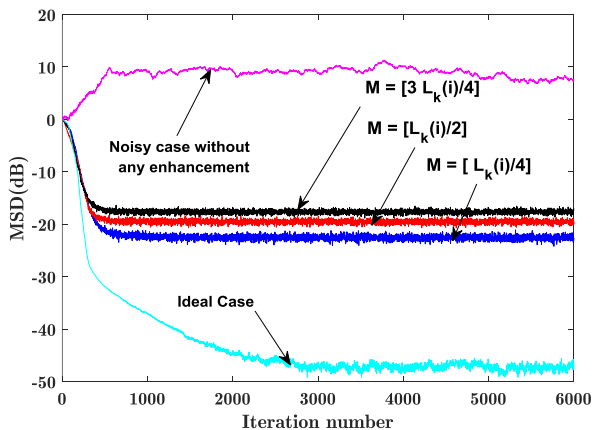
جدول ۱: تعداد عملیات لازم برای پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم D-FT معمول، در یک گره و برای یک تکرار

جزء صحیح	قدرمطلق	تعداد مقایسه	تعداد عملیات جمع	تعداد عملیات ضرب	نام الگوریتم
۱	۱	۱	$(n_k + 3)L_k(i) + (4 + n_k - \Delta_k)$	$(n_k + 4)L_k(i) + (3 + n_k - \Delta_k)$	D-FT
۱	۱	$2\log_2(L_k(i)) + 3$	$(n_k + 6)L_k(i) + (5 + n_k - \Delta_k)$	$(n_k + 8)L_k(i) + (4 + n_k - \Delta_k)$	الگوریتم پیشنهادی

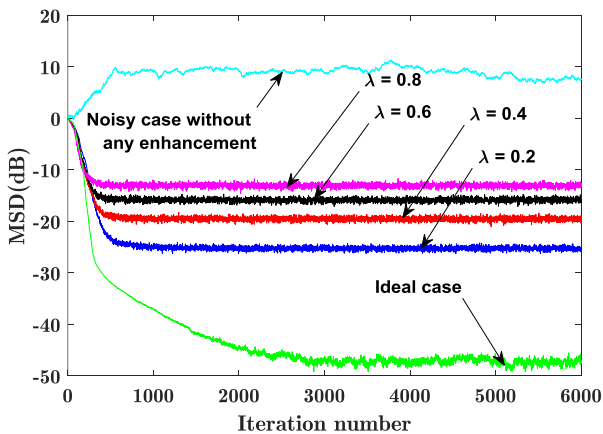
خطای حالت دائم مقدار بزرگتری (به دلیل افزایش سهم نویز لینک-ها) خواهد داشت. از طرفی هر چه M کاهش می‌یابد (سهم مشارکت کم می‌شود) به دلیل بهره‌گیری کمتر از چندگانگی فضایی همگرایی کندتر می‌شود، اما چون اثرات نویز لینک کاهش می‌یابد خطای حالت دائم بهبود می‌یابد.

مشابه این امر در شکل (۵) مشاهده می‌شود که در آن افزایش λ_k باعث افزایش مشارکت و در نتیجه بهبود نرخ همگرایی می‌شود اما خطای حالت دائم نیز با این کار افزایش خواهد یافت. در مقابل کاهش λ_k اثرات لینک‌های نویزی را کاهش داده و باعث کیفیت تخمین بهتر در حالت دائم می‌شود. اما، این امر خود کاهش نرخ همگرایی را دربر خواهد داشت.

لذا، از شکل‌های (۴) و (۵) می‌توان نتیجه گرفت که M و λ_k پارامترهایی هستند که بین خطای حالت دائم و نرخ همگرایی (میزان مشارکت و عدم مشارکت) مصالحه برقرار می‌کنند. همچنین، در این دو شکل، منحنی‌های MSD مربوط به حالت ایده‌آل (بدون هیچ نویز لینکی) و حالت نویزی بدون هیچ بهبودی برای مقایسه گنجانده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، الگوریتم پیشنهادی عملکرد قابل قبولی در تخمین ضرایب فیلتر دارد.



شکل 4: منحنی آموزشی MSD برای M های متفاوت



شکل 5: منحنی آموزشی MSD برای λ_k های متفاوت

این امر یک ورودی به شدت رنگی با گستره مقادیر ویژه ۲۸.۷ ایجاد می‌کند. نویز مشاهدات هر گره یک رشته گوسی تصادفی ناهمبسته میانگین صفر با واریانس $\sigma_{v,k}^2 = 0.001$ در نظر گرفته شده است. مقدار اولیه ضرایب فیلتر برابر صفر تنظیم شده است. پارامتر ضریب گام برابر $\mu_k = 0.008$ و پارامترهای الگوریتم به‌هنگام‌رسانی طول به صورت نشان داده شده در جدول ۲ انتخاب شده‌اند.

جدول ۲: پارامترهای استفاده شده در شبیه‌سازی‌ها

Parameters	Values
N	20
L_{opt}	60
$\sigma_{v,k}^2$	0.001
μ_k	0.008
Δ_k	6
β_k	2
α_k	0.05
δ_k	1
L_{min}	8

برای ارزیابی الگوریتم پیشنهادی علاوه بر منحنی آموزشی طول کسری، از معیارهای میانگین مربع انحراف یا به اختصار MSD^5 ، میانگین مربع خطا یا به اختصار MSE^6 و میانگین مربع خطای اضافی یا به اختصار $EMSE^7$ تعریف شده به صورت زیر استفاده خواهیم کرد:

$$\eta_k(i) \square E \left\{ \left\| w_{L_{opt}}^o - \psi_k^{(i)} \right\|^2 \right\} \quad (MSD) \quad (31)$$

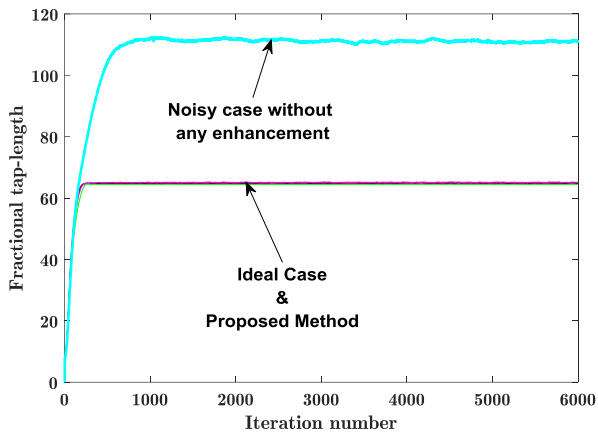
$$\zeta_k(i) \square E \left\{ \left\| u_{k,i} \left(w_{L_{opt}}^o - \psi_k^{(i)} \right) \right\|^2 \right\} \quad (EMSE) \quad (32)$$

$$\xi_k(i) = \zeta_k(i) + \sigma_{v,k}^2 \quad (MSE) \quad (33)$$

تمام منحنی‌های آموزشی مربوط به کمیت‌های فوق با متوسط‌گیری از نتایج اجرای شبیه‌سازی به تعداد ۱۰۰ مرتبه حاصل شده‌اند.

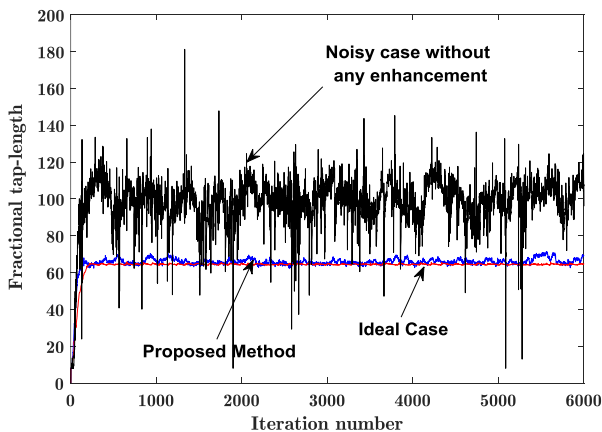
۶-۲- نتایج شبیه‌سازی

شکل‌های (۴) و (۵) منحنی آموزشی MSD گره ۱ را به ترتیب بر حسب M و λ_k نشان می‌دهد که در آن برای نویز لینک منحنی‌های آموزشی MSD بر حسب M مقدار λ_k برای تمام گره‌ها برابر ۰.۴ و در منحنی‌های آموزشی MSD بر حسب λ_k مقدار M برابر جزء صحیح نصف طول تخمین زده شده در هر تکرار در نظر گرفته شده است. همان‌طور که از شکل (۴) مشاهده می‌شود، با افزایش M (افزایش میزان مشارکت) همگرایی سریع‌تر شده اما



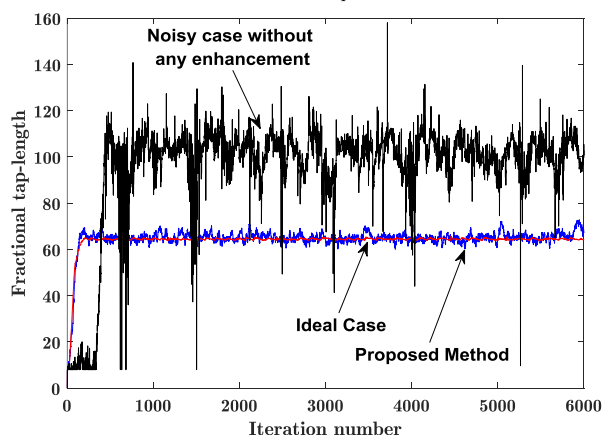
شکل ۶: منحنی آموزشی طول کسری در شرایط

$$Q_{k,l} = 10^{-2} I, \sigma_{q,k,l}^2 = 10^{-2}$$



شکل ۷: منحنی آموزشی طول کسری در شرایط

$$Q_{k,l} = 10^{-1} I, \sigma_{q,k,l}^2 = 0.1$$



شکل ۸: منحنی آموزشی طول کسری در شرایط

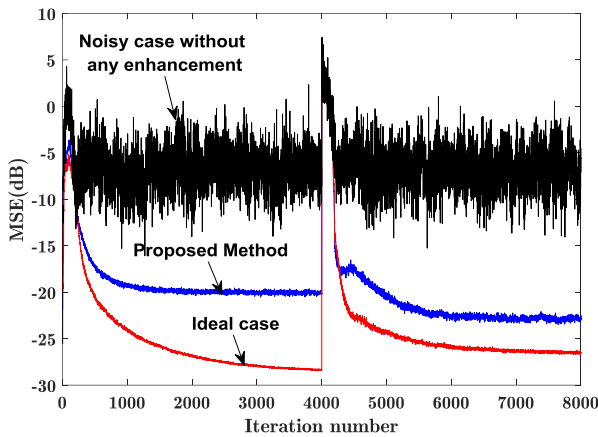
$$Q_{k,l} = 0.3I, \sigma_{q,k,l}^2 = 0.3$$

توانسته است که طول را با دقتی نزدیک به شرایط ایده‌آل و بدون هیچ under-modeling ناگهانی تخمین بزند.

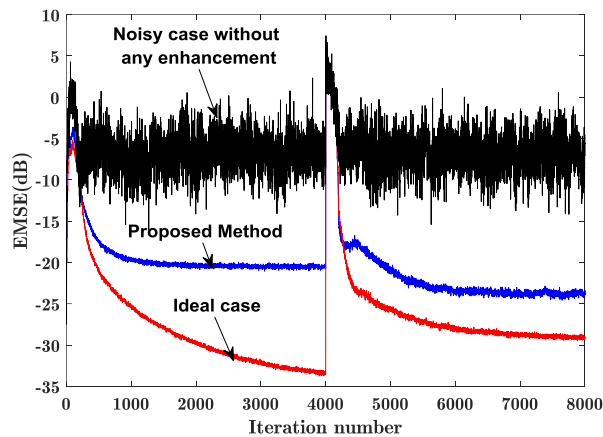
جالب‌تر اینکه، از منظر تخمین طول فیلتر، برای تمام مقادیر M و مورد بحث در شکل‌های (۴) و (۵) منحنی آموزشی طول تخمین زده شده با شیوه پیشنهادی، منطبق بر منحنی آموزشی طول در حالت ایده‌آل است. این امر در شکل (۶) نشان داده شده است. علت آنکه طول تخمین زده شده توسط الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم FT در حالت لینک‌های ایده‌آل اندکی بزرگتر از $L_{opt} = 60$ است، آن است که در الگوریتم تطبیق طول FT طول حالت دائم به اندازه Δ_k نسبت به طول واقعی بزرگتر تخمین زده می‌شود. شکل (۶) نشان از موفقیت بالای الگوریتم پیشنهادی دارد، حال آنکه بدون استفاده از هیچ بهبودی در شرایط لینک‌های نویزی طول تقریباً بیش‌برآورد دو برابری دارد. حتی، در یک شرایط سختگیرانه‌تر، با نویز لینک بالاتر، باز الگوریتم پیشنهادی عملکرد موفق‌تری دارد، به نحوی که منحنی آموزشی طول حاصل از الگوریتم پیشنهادی تقریباً بر منحنی مربوط در شرایط لینک‌های ایده‌آل منطبق می‌شود. این در حالی است که بدون استفاده از هیچ الگوریتم بهبود دهنده‌ای در حالت کلی بیش‌برآورد نتیجه شده و بدتر اینکه در بعضی تکرارها under-modeling ناگهانی رخ می‌دهد. این امر در شکل‌های (۷) و (۸) به ترتیب برای حالت‌های $Q_{k,l} = 0.3I, \sigma_{q,k,l}^2 = 0.3$ و $Q_{k,l} = 10^{-1} I, \sigma_{q,k,l}^2 = 0.1$ بازای $M = \lfloor L_k(i) / 2 \rfloor$ نشان داده شده است. در حصول منحنی شکل (۷) مقدار $\lambda_k = 0.4$ قرار داده شده و دیگر پارامترها مطابق جدول ۲ انتخاب شده‌اند. در شکل (۸) برای شرایط لینک‌های نویزی در مورد الگوریتم پیشنهادی $\lambda_k = 0.2$ و $\alpha_k = 0.1$ و برای لینک‌های نویزی بدون استفاده از هیچ الگوریتم بهبود دهنده - ای $\alpha_k = 0.1$ و $\beta_k = 0.5$ انتخاب شده است. مقادیر دیگر پارامترها در این دو حالت و نیز تمامی پارامترهای مربوط به حالت ایده‌آل، مطابق جدول ۲ انتخاب شده است. علت انتخاب β_k کوچکتر در شرایط لینک‌های نویزی بدون استفاده از هیچ الگوریتم بهبود دهنده‌ای کاهش میزان نوسانات طول حالت دائم بوده است. اما، با این همه، در این وضعیت طول حالت دائم دارای نوسانات شدیدی است.

همان‌طور که از شکل‌های (۷) و (۸) مشاهده می‌شود، الگوریتم پیشنهادی عملکرد بسیار نزدیکی به الگوریتم D-FT در شرایط لینک‌های ایده‌آل دارد، در حالی که الگوریتم D-FT در شرایط نویزی بودن لینک‌ها عملکرد کاملاً غیرموفق در تخمین طول دارد. به نحوی که اولاً طول به صورت بیش‌برآورد تخمین زده شده و ثانیاً در اکثر تکرارها پدیده under-modeling ناگهانی دیده می‌شود.

اما الگوریتم پیشنهادی به دلیل کاهش اثر نویز لینک‌ها که در نتیجه‌ی تنظیم مشارکت براساس بردار گرادین حاصل گردیده،



شکل 10: منحنی آموزشی MSE در شرایط متغیر با زمان

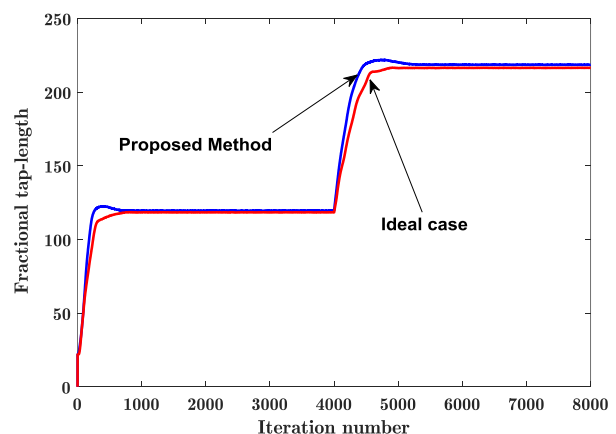


شکل 11: منحنی آموزشی EMSE در شرایط متغیر با زمان

۷- نتیجه

در این مقاله، با معرفی مفهوم مشارکت گرادینی، الگوریتمی برای بهبود کارایی تخمین توزیع شده طول متغیر مبتنی بر مشارکت نفوذی پیشنهاد کردیم. در این الگوریتم میزان مشارکت بین گره‌ها به صورت خودکار چنان تنظیم می‌شود که در عین حال هم از چندگانگی فضایی بهره گرفته شود و هم عملکرد دائم قابل قبولی فراهم شود. شبیه‌سازی‌های انجام گرفته برای هر دو شرایط ثابت با زمان و متغیر با زمان نشان دادند که الگوریتم پیشنهادی در هر دو حالت در کنار تخمین دقیق طول فیلتر، عملکرد موفق‌تری در تخمین ضرایب آن نیز دارد. برای ارزیابی الگوریتم پیشنهادی علاوه بر منحنی آموزشی طول کسری، از معیارهای MSE، MSD و EMSE استفاده کردیم. الگوریتم پیشنهادی بر اساس همه این پارامترها عملکرد موفق‌تری در مقایسه با الگوریتم FT نفوذی در شرایط لینک‌های نویزی از خود به نمایش گذاشت. همان‌طور که منحنی‌های آموزشی MSD نشان دادند، عملکرد الگوریتم پیشنهادی به

در ادامه فرض می‌کنیم که پارامتر مجهول برای $i < 4000$ یک رشته سفید گوسی با میانگین صفر، واریانس 0.01 و طول 100 بوده و برای $i > 4000$ به رشته سفید گوسی دیگری با طول 200 تغییر می‌کند. تا بتوانیم عملکرد الگوریتم را در یک شرایط متغیر با زمان مورد ارزیابی قرار دهیم. فرض شده است که رشته گوسی تصادفی ناهمبسته میانگین صفر با واریانس $\sigma_{v,k}^2 = 0.001$ در نظر گرفته شده است. پارامتر ضریب گام برابر $\mu_k = 0.004$ و پارامترهای الگوریتم به‌هنگام‌رسانی طول به صورت $\delta_k = 1$ ، $\alpha_k = 0.05$ ، $\beta_k = 4$ ، $\Delta_k = 20$ حداقل طول $L_{\min} = 22$ در نظر گرفته شده‌اند. برای الگوریتم پیشنهادی $M = \lfloor L_k(i) / 2 \rfloor$ و $\lambda_k = 0.4$ انتخاب شده است. شکل 9 منحنی آموزشی طول را برای الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم FT در حالت لینک‌های ایده‌آل نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، الگوریتم پیشنهادی به خوبی توانسته تغییرات را دنبال کرده و عملکردی نزدیک به حالت ایده‌آل از خود به نمایش بگذارد. شکل‌های (10) و (11) نیز به ترتیب منحنی‌های MSE و EMSE متناظر را نشان می‌دهند. این منحنی‌ها نشان از این دارند که الگوریتم پیشنهادی در کنار تطبیق دقیق طول، عملکرد قابل قبولی در تطبیق ضرایب دارد. این عملکرد موفق در تخمین طول و ضرایب از آنجا ناشی می‌شود که در الگوریتم پیشنهادی به جای مشارکت تمام ضرایب همسایگان در فرآیند تطبیق، گزینه‌ای از این ضرایب که با مشارکت گرادینی تنظیم می‌شوند، به کار گرفته شده و بقیه ضرایب با تخمین‌های غیرمشارکتی جایگزین می‌شوند. کاهش اثر نویز در ضرایب مبادله شده، تخمین هر دو بردار ضرایب و طول آن را با دقت بیشتری همراه می‌کند چرا که نویز اضافه شده به ضرایب مبادله شده علاوه بر تاثیر در تطبیق ضرایب، عملکرد تطبیق طول را نیز با شکست مواجه می‌سازد.



شکل 9: منحنی آموزشی طول کسری در شرایط متغیر با زمان

- [9] A. Rastegarnia, "Reduced-communication diffusion RLS for distributed estimation over multi-agent networks," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs* 67, no. 1 (2019): 177-181.
- [10] Y. Chu, S. C. Chan, Y. Zhou and M. Wu, "A New Diffusion Variable Spatial Regularized QRRLS Algorithm," *IEEE Signal Processing Letters* 27 (2020): 995-999.
- [11] S. Xu, R. C. de Lamare and H. V. Poor, "Distributed estimation over sensor networks based on distributed conjugate gradient strategies," *IET Signal Processing* 10, no. 3 (2016): 291-301.
- [12] M. S. E. Abadi and M. S. Shafiee, "Distributed estimation over an adaptive diffusion network based on the family of Affine projection algorithms," *IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks* 5, no. 2 (2018): 234-247.
- [13] G. Azarnia, M.A. Tinati, A.A. Sharifi, and H. Shiri "Incremental and diffusion compressive sensing strategies over distributed networks," *Digital Signal Processing*, vol. 101, 2020, <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2020.102732>.
- [14] G. Azarnia, M. A. Tinati and T. Y. Rezaei, "Cooperative and distributed algorithm for compressed sensing recovery in WSNs," in *IET Signal Processing*, vol. 12, no. 3, pp. 346-357, 5 2018, doi: 10.1049/iet-spr.2017.0093.
- [15] G. Azarnia, M. A. Tinati, and T. Y. Rezaei. "Generic cooperative and distributed algorithm for recovery of signals with the same sparsity profile in wireless sensor networks: a non-convex approach." *The Journal of Supercomputing*, vol 75, no. 5, p.p. 2315-2340, 2019.
- [16] C. Li, S. Huang, Y. Liu and Z. Zhang, "Distributed jointly sparse multitask learning over networks," in *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 48, no. 1, pp. 151-164, Jan. 2018, doi: 10.1109/TCYB.2016.2626801.
- [17] G. Azarnia, and M. A. Tinati, "Steady-State Analysis of the Deficient Length Incremental LMS Adaptive Networks", *Circuits, Systems, and Signal Processing*, vol. 34, no. 9, September 2015.
- [18] G. Azarnia and M. A. Tinati, "Steady-State Analysis of the Deficient Length Incremental LMS Adaptive Networks with Noisy Links", *AEUE- International Journal of Electronics and Communications*, vol. 69, no. 1, pp. 153-162, January 2015.
- [19] F. Riero-Palou, J. M. Noras, and D. G. M. Cruickshank, "Linear equalisers with dynamic and automatic length selection," *Electronics Lett.*, vol. 37, no. 25, pp. 1553– 1554, Dec. 2001.
- [20] Y. GU, K. Tang, H. Cui, and W. Du, "LMS algorithm with gradient descent filter length", *IEEE Signal Process. Lett.* vol. 11, no. 3, pp. 305–307, Mar. 2004.
- [21] Y. Gong and C. F. N. Cowan, "An LMS style variable tap-length algorithm for structure adaptation", *IEEE Trans. Signal Process.* vol. 53, no. 7, pp. 2400–2407, Jul. 2005.
- [22] L. Li, Y. Zhang, and J. A. Chambers, "Variable length adaptive filtering within incremental learning algorithms for distributed networks," in *Proc. 42nd Asilomar Conf. Signals, Syst., Comput.*, 2008, pp. 225–229.
- [23] G. Azarnia, and M. Hassanlou. "A variable tap-length DILMS algorithm with variable parameters for wireless sensor networks." *International Journal of Sensor Networks* 36, no. 2 (2021): 97-107.
- [24] L. Li, J. Feng, J. He, and J. A. Chambers, "A distributed variable tap-length algorithm within diffusion adaptive networks," *AASRI Procedia*, vol. 5, pp. 77–84, 2013.
- [25] Y. Zhang, C. Wang, L. Zhao and J. A. Chambers, "A spatial diffusion strategy for tap-length estimation over adaptive networks," *IEEE Transactions on Signal Processing* 63, no. 17 (2015): 4487-4501..
- [26] G. Azarnia, "Diffusion Fractional Tap-length Algorithm with Adaptive Error Width and Step-size". *Circuits, Systems, and Signal Processing*, pp.1-25, 2021.
- [27] Khalili, A., Tinati, M.A., Rastegarnia, A. and Chambers, J.A., 2011. Steady-state analysis of diffusion LMS adaptive networks with noisy links. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 60(2), pp.974-979.
- [28] Khalili, A., Tinati, M.A. and Rastegarnia, A., 2011. Steady-state analysis of incremental LMS adaptive networks with noisy links. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 59(5), pp.2416-2421.

میزان مشارکت بین گره‌ها وابسته است. به نحوی که با افزایش پارامترهای تنظیم کنند مشارکت M و λ_k (افزایش میزان مشارکت) همگرایی سریع‌تر شده اما خطای حالت دائم مقدار بزرگتری (به دلیل افزایش سهم نویز لینک‌ها) خواهد داشت. از طرفی هر چه M و λ_k کاهش می‌یابد (سهم مشارکت کم می‌شود) به دلیل بهره‌گیری کمتر از چندگانگی فضایی همگرایی کندتر می‌شود، اما چون اثرات نویز لینک کاهش می‌یابد خطای حالت دائم بهبود می‌یابد. با همه این اوصاف، به ازای تمام مقادیر M و λ_k الگوریتم پیشنهادی نه تنها از نقطه نظر معیار MSD بلکه بر حسب معیارهای ارزیابی MSE و EMSE نیز عملکرد به مراتب بهتری از الگوریتم FT نفوذی در شرایط لینک‌های نویزی از خود به نمایش گذاشت. به لحاظ تخمین طول فیلتر نیز که مهمترین هدف الگوریتم FT است، الگوریتم پیشنهادی عملکردی بسیار نزدیک به عملکرد الگوریتم FT در شرایط ایده‌آل (از نظر نویز لینک) به نمایش گذاشت. در این مقاله ما الگوریتم پیشنهادی در شبکه‌های تطبیقی را بر مبنای الگوریتم به‌هنگام‌رسانی وفقی LMS انجام دادیم. به عنوان کارهای آتی می‌توان الگوریتم مشابهی را برای دیگر الگوریتم‌های به‌هنگام‌رسانی نظیر فیلترهای وفقی RLS ارائه داد.

مراجع

- [1] C. G. Lopes and A. H. Sayed, "Incremental adaptive strategies over distributed networks," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 8, pp. 4064–4077, Aug. 2007.
- [2] M. O. B. Saeed and A. Zerguine, "An incremental variable step-size LMS algorithm for adaptive networks," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs* 67, no. 10 (2019): 2264-2268..
- [3] S. Chen and Y. Liu, "Robust distributed parameter estimation of nonlinear systems with missing data over networks *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 56, no. 3 (2019): 2228-2244.
- [4] S. A. Alghunaim, K. Yuan and A. H. Sayed, "A Proximal Diffusion Strategy for Multi-Agent Optimization with Sparse Affine Constraints," *IEEE Transactions on Automatic Control* 65, no. 11 (2019): 4554-4567.
- [5] Z. Li, W. Shi and M. Yan, "A decentralized proximal-gradient method with network independent step-sizes and separated convergence rates," *IEEE Transactions on Signal Processing* 67, no. 17 (2019): 4494-4506.
- [6] S. A. Alghunaim, E. Ryu, K. Yuan and A. H. Sayed, "Decentralized proximal gradient algorithms with linear convergence rates," *IEEE Transactions on Automatic Control* (2020).
- [7] S. Wang, and X. Meng. "Adaptive Consensus and Parameter Estimation of Multi-Agent Systems with An Uncertain Leader." *IEEE Transactions on Automatic Control* (2020).
- [8] M. S. Esfand Abadi and A. P. Adabi, "Convex Combination of Two Diffusion LMS for Distributed Estimation," 2019 27th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), Yazd, Iran, 2019, pp. 1715-1719, doi: 10.1109/IranianCEE.2019.8786765.

باورقی‌ها:

- ¹ non-deterministic polynomial-time
- ² fractional tap-length
- ³ Least Mean Square
- ⁴ Diffusion FT

- ⁵ Mean Squared Deviation
- ⁶ Mean Squared Error
- ⁷ Excess MSE