

## طراحی و تحلیل ظرفیت کانال های چند- ورودی چند- خروجی مرتبه ی بالای دید مستقیم در شبکه های حسگر ترابری

محمد رضا علی مددی، عباس محمدی، عبدالعلی عبدی پور  
دانشکده مهندسی برق دانشگاه صنعتی امیرکبیر ( پلی تکنیک تهران)  
{alimadadi\_m , abm125, abdipour}@aut.ac.ir

### چکیده:

این مقاله روشی برای طراحی بهینه ی یک سیستم چند- ورودی چند- خروجی (MIMO) که برای مخابره ی داده بین خودرو و ایستگاه کنار جاده ای در یک شبکه ی حسگر ترابری به کار می رود، را معرفی می نماید، تحت شرایطی که یک مولفه ی دید مستقیم (LoS) بین فرستنده و گیرنده وجود داشته باشد. معیار بهینه سازی، مرتبه ی ماتریس کانال و به تبع آن، ظرفیت شنون خواهد بود. نشان می دهیم که با انتخاب مناسب مکان آنتن ها در یک آرایه ی یکنواخت خطی، می توان ظرفیت را در نقاط زیادی از مسیر حرکت خودرو، بیشینه نمود. خواهیم دید که مدل ارائه شده در اینجا، جامع تر از مدل های قبلی است و این امکان را فراهم می آورد که ظرفیت را تحت هر نوع مسیر دلخواهی که برای حرکت خودرو در نظر گرفته می شود، بررسی کرد. ماتریس LoS حاصل، در کانالی با مدل محو شوندگی رایسی به کار برده می شود و عملکرد سیستم بر مبنای معیار های ظرفیت *Ergodic* و ظرفیت *Outage* ارزیابی می گردد. نتایج بدست آمده نشان می دهد که به کمک این طراحی بهینه، در بیشتر زمان ها ظرفیت در حالت وجود LoS نسبت به ظرفیت کانال رایلی بیشتر است.

کلید واژه ها: سیستم MIMO، شبکه های حسگر ترابری، آرایه ی یکنواخت خطی، کانال رایسی، مولفه ی LoS

راننده، فراهم کردن سرویس های داده مثل اینترنت و کنترل خودکار وسیله ی نقلیه اشاره کرد. بر این مبنا، کمیته ی مخابرات فدرال آمریکا FCC، پهنای باند عنوان باند اختصاصی مخابره ی برد کوتاه (DSRC) 75MHz را در محدوده ی فرکانسی 5.9GHz تحت برای این منظور در نظر گرفته و پروتکل IEEE 802.11p نیز برای استاندارد سازی آن معرفی شده است. با گذشت زمان، تقاضا در حوزه های دیگری همچون سرویس های چندرسانه ای، تجارت الکترونیک و عملکرد بلادرنگ افزایش خواهد یافت. چنین کاربرد هائی به نرخ داده ی بالا نیاز دارند و از این رو لزوم به کارگیری تکنولوژی هائی همچون

### ۱. مقدمه

صنعت خودرو سازی به سرعت در حال حرکت در جهت افزایش ایمنی و راحتی سرنشینان است. شبکه های حسگر ترابری<sup>۱</sup> در این بین، بخش مهمی از ساختار سیستم حمل و نقل هوشمند (ITS) را در آینده تشکیل می دهند. از جمله ی کاربردهای این شبکه ها می توان به جلوگیری از وقوع تصادف از طریق ارسال هشدارهای لازم، کنترل ترافیک، پرداخت عوارض از راه دور، تشخیص میزان هوشیاری راننده، مکان یابی و بروز رسانی نقشه های GPS، شناسائی موانع و مشکلات سطح جاده<sup>۲</sup>، از بین بردن نقاط کور

MIMO برای استفاده ی مناسب تر از پهنای باند احساس می شود.

در [1] مروری بر مهم ترین پیشرفت های حاصل شده در حوزه ی سیستم های MIMO صورت گرفته است. بیشتر تلاش های تحقیقاتی در زمینه ی مخابرات MIMO، با فرض وجود پدیده ی چند مسیریگی در محیط انجام می شود. در چنین حالتی کانال مخابراتی، کانالی با محوشوندگی رایلی نامیده می شود [2]. ما در این مقاله توجه خود را بر روی سناریوی مخابره ی داده بین خودرو و ایستگاه کنار جاده ای<sup>۳</sup> متمرکز می کنیم. فرستنده بر روی یک زیرساخت ثابت در کنار جاده قرار دارد، در حالی که گیرنده متصل به خودروئی است که با سرعت ثابت در امتداد مسیر در حال حرکت است. در چنین حالتی معمولا یک مولفه ی LOS در کانال وجود دارد، خصوصا اگر ترافیک جاده سبک و تعداد خودروهائی که در اطراف قرار دارند کم باشد.

در حالت کلی وجود مولفه ی LOS معمولا موجب افزایش همبستگی و کاهش مرتبه ی ماتریس کانال شده و در نتیجه منجر به کاهش ظرفیت می گردد و از این رو بهره مندی از مزایای مهم تکنولوژی MIMO را محدود می سازد [3]. یک راه عملی برای غلبه بر این مشکل، طراحی مناسب نحوه قرار گرفتن آنتن ها است. به عبارت دقیق تر می توان گفت که تعامد بین زیرکانال ها که شرط اساسی برای بیشینه سازی ظرفیت است، را می توان از طریق طراحی خاص هندسی آنتن های فرستنده و گیرنده فراهم نمود- [4] [6]. بیشتر کارهائی که تاکنون در زمینه ی افزایش ظرفیت در حالت وجود LOS انجام شده، با فرض ثابت بودن مکان فرستنده و گیرنده بوده است [5-7].

ما در این مقاله از یک مدل هندسی برای طراحی بهینه ی آنتن های یکنواخت خطی ULA<sup>۴</sup> در حالت وجود LOS استفاده می کنیم، در شرایطی که فرستنده بر روی یک ایستگاه RSU ثابت شده و گیرنده متصل به خودروئی در امتداد جاده در حال

حرکت باشد. معیار مورد نظر برای این بهینه سازی، ظرفیت شنون خواهد بود. نشان می دهیم که با طراحی مناسب پارامترهای مدل می توان ظرفیت را نه فقط در یک نقطه ی مشخص، بلکه در بسیاری نقاط ( و در یک حالت ویژه در بی نهایت نقطه) از مسیر حرکت خودرو بیشینه نمود. خواهیم دید که حتی در حالت سکون، مدل ما جامع تر از مدل های قبلی است و آنها را به عنوان یک حالت خاص در دل خود دارد. از این رو نتایج این مقاله برای کاربرد های FWA<sup>۵</sup> نیز قابل اعمال است. خود را به یک مسیر مشخص برای حرکت خودرو محدود نمی کنیم و نشان می دهیم که از مدل معرفی شده، برای توصیف ظرفیت در هر نوع مسیر منحنی و حتی در حالت سکون نیز می توان استفاده کرد. اگر چه برای روشن شدن بیشتر مطلب و به عنوان حالت خاص، یک مسیر مشخص را نیز بررسی می نمائیم.

قسمت های بعدی این مقاله به این شرح هستند: بخش دو، رابطه ی ظرفیت شنون برای سیستم های MIMO را بیان می کند. در بخش سه، مدل کانال برای مولفه های LOS و Non-LoS معرفی شده و روابط لازم برای بهینه سازی ظرفیت استخراج می گردد. بخش چهارم به معرفی مسئله ی طراحی بهینه ی سیستم و پاسخ آن اختصاص دارد. در بخش پنج عملکرد سیستم از طریق انجام شبیه سازی های مختلف مورد بررسی قرار می گیرد و سرانجام اینکه بخش ششم به نتیجه گیری از مقاله و بیان یافته های مهم می پردازد.

## ۲. سیستم MIMO

در اینجا یک سیستم MIMO با N آنتن فرستنده و M آنتن گیرنده را در نظر می گیریم. با فرض آنکه کانال دارای محوشوندگی تخت و آهسته<sup>۶</sup> باشد، می توان رابطه ی بین ورودی و خروجی کانال را در باند پایه به صورت زیر مدل کرد [1]

### ۳. مدل کانال

شکل (۱) سناریوی مورد نظر ما در این مقاله را نشان می دهد. خودروها در امتداد مسیر جاده در حال حرکت هستند. در فواصل مکانی مشخص در اطراف مسیر، ایستگاه های کنار جاده ای قرار داده شده است. خودرو ها و ایستگاه های کنار جاده ای تشکیل یک شبکه ی حسگر ترابری را می دهند که می تواند برای منظوره های مختلفی از جمله کنترل ترافیک، جلوگیری از وقوع تصادف، مکان یابی، شناسایی موانع، کنترل خودکار وسیله ی نقلیه در شرایط خاص و فراهم کردن سرویس های داده مثل اینترنت مورد استفاده قرار گیرد.

خودروئی را در نظر بگیرید که با سرعت ثابت  $v$  در امتداد جاده در حال عبور از نزدیکی یک ایستگاه کنار جاده ای است. فرض بر این است که خودرو و ایستگاه فرستنده، مجهز به آنتن هائی از نوع آرایه های یکنواخت خطی هستند. بنابراین  $d_r$  و  $d_t$  که به ترتیب بیانگر فاصله بین آنتن های فرستنده از هم و فاصله بین آنتن های گیرنده از هم هستند، ثابت می باشند. البته  $d_r$  و  $d_t$  به عنوان پارامترهای طراحی می توانند مقادیر متفاوتی داشته باشند. مجددا تاکید می نمایم که مدل ارائه شده در این مقاله به مسیر شکل (۱) محدود نشده و نتایج بدست آمده به هر مسیر دلخواه دیگری در صفحه  $X-Y$  هم قابل اعمال است و این مسیر تنها برای روشن شدن بیشتر مطلب و به عنوان یک حالت خاص در نظر گرفته می شود.

آرایه ی فرستنده در صفحه ی  $Y-Z$  قرار گرفته و انتهای پایینی آن منطبق بر مبدا مختصات می باشد. در شکل (۱)،  $R$  فاصله ی بین انتهای پایینی آرایه ی گیرنده از مبدا است و فرض می شود که این خط همواره در صفحه ی  $X-Y$  قرار می گیرد.  $\theta_R$  زاویه ای است که  $R$  با جهت مثبت محور  $Y$  می سازد و  $\theta_r, \theta_t$  و  $\phi_r$  زوایای مربوط به دستگاه مختصات کروی محلی، در فرستنده و گیرنده هستند.  $(N-1)d_t$  و

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (1)$$

که در آن بردار سیگنال ارسالی از فرستنده،  $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  بردار سیگنال دریافتی در گیرنده و  $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  متناظر با نویز AWGN است که به صورت  $\mathcal{N}(0, \sigma_n^2)$  مدل می شود. ماتریس  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times N}$  را ماتریس تابع تبدیل کانال می نامند و  $h_{mn}$  بیانگر ضریب مختلط بین آنتن فرستنده ی  $n$  ام و آنتن گیرنده ی  $m$  ام می باشد [8].

فرض می کنیم که  $\mathbf{H}$  یک ماتریس نرمالیزه شده است، به این معنی که هر درایه آن دارای توان متوسط یک می باشد و بنابراین متوسط نسبت سیگنال به نویز (SNR) دریافتی، مستقل از  $\mathbf{H}$  می باشد. مقدار متوسط SNR دریافتی در یک آنتن گیرنده را با  $\bar{\gamma}$  نشان می دهیم. ماتریس کوواریانس سیگنال ارسالی با  $\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H]$  نمایش داده می شود. در عمل معمولا محدودیتی بر روی متوسط توان ارسالی وجود دارد. به این صورت که اگر بیشینه توان متوسط ارسالی  $P_T$  باشد، آنگاه،  $trace(\mathbf{R}_x) \leq P_T$ . در صورتی که  $\mathbf{H}$  تنها در گیرنده مشخص باشد، برای بیشینه کردن ظرفیت بایستی داشته باشیم  $\mathbf{R}_x = (P_T/N)\mathbf{I}_N$  یعنی توان ارسالی به طور مساوی بین تمام آنتن ها تقسیم شود. در این صورت ظرفیت سیستم MIMO ای که با رابطه ی (۱) توصیف شده، به صورت زیر خواهد بود [2]:

$$C = \sum_{i=1}^U \log_2 \left( 1 + \frac{\bar{\gamma} \lambda_i}{N} \right) \text{ bit/s/Hz}, \quad (2)$$

که در آن  $U = \min(M, N)$  و  $\lambda_i$ ،  $i$  امین مقدار ویژه ماتریس  $\mathbf{W}$  است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{W} = \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^H & , M \leq N \\ \mathbf{H}^H\mathbf{H} & , M > N \end{cases} \quad (3)$$

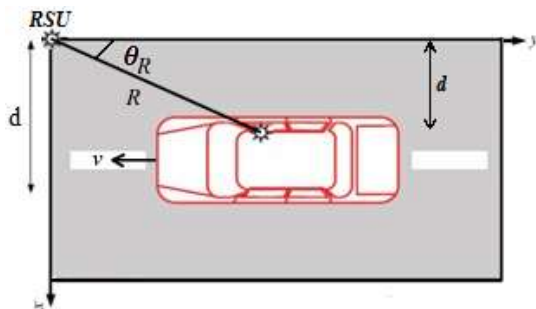
که در آن  $(\cdot)^H$  عملگر ترانهاده مختلط است.

مولفه های  $\mathbf{H}_{LoS}$  و  $\mathbf{H}_{NLoS}$  باید شروط زیر را برآورده سازند:

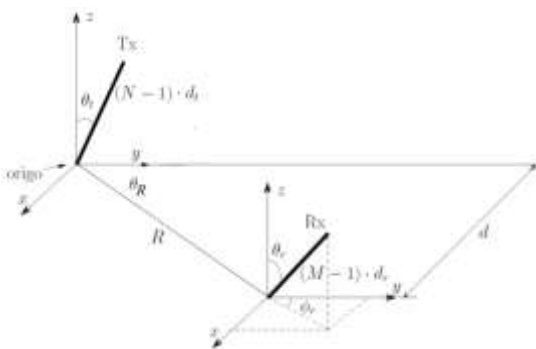
$$\left( \text{cov}(\text{vec}(\mathbf{H}_{LoS})) \right)_{i,i} = \left( \text{cov}(\text{vec}(\mathbf{H}_{NLoS})) \right)_{i,i} = 1$$

$$\forall i \in \{1, \dots, MN\}$$

درایه های  $\mathbf{H}_{NLoS}$  از هم مستقل و هریک دارای توزیع متقارن مختلط گوسی با میانگین صفر هستند یعنی  $\text{vec}(\mathbf{H}_{NLoS}) \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}_{MN \times 1}, \mathbf{I}_{MN})$ . درایه های  $\mathbf{H}_{LoS}$  تابع پارامترهای مدل فیزیکی<sup>۷</sup> هستند و در ادامه به آنها خواهیم پرداخت. در این مقاله می کوشیم تا با طراحی مناسب این پارامترها همچون  $d_t$  و  $d_r$ ، ظرفیت سیستم MIMO ارائه شده را بیشینه نماییم.



(الف)



(ب)

شکل (۱) سناریوی مخابره ی بین خودرو و ایستگاه کنار جاده ای در یک شبکه ی حسگر ترابری. (الف) نمای بالائی. (ب) وضعیت نسبی آنتن های فرستنده و گیرنده

نخست  $r_{mn}$  یعنی فاصله بین آنتن فرستنده ی  $n$  ام و آنتن گیرنده  $m$  ام را برحسب پارامترهای مدل فیزیکی بدست می آوریم. بردارهای  $\mathbf{a}_m^t$  و  $\mathbf{a}_n^r$  به ترتیب بیانگر مکان آنتن فرستنده ی  $n$  ام و آنتن گیرنده ی

$(M - 1)d_r$  طول کل آرایه های فرستنده و گیرنده می باشند.

با توجه به حرکت خودرو، مشخص است که  $R$  و  $\theta_R$  توابعی از زمان هستند، اما برای پرهیز از شلوغی شکل این وابستگی نشان داده نشده است. از سوی دیگر فرض بر این است که فاصله ی بین انتهای پایینی دو آرایه در راستای محور  $x$  ثابت و برابر  $d$  می باشد. دستگاه مختصات ثابت است و به محل آرایه ی گیرنده بستگی ندارد. این نکته و نیز معرفی زاویه ی آفتست  $\theta_R$  سبب می شود تا مدل ارائه شده در اینجا، کاملتر از مدل های ارائه شده ی قبلی باشد [6,9]. همچنین این امکان را فراهم می آورد تا بتوان ظرفیت سیستم را تحت هر منحنی دلخواهی در صفحه  $x-y$  محاسبه نمود.

با توجه به حرکت خودرو، مشخص است که  $R$  و  $\theta_R$  توابعی از زمان هستند، اما برای پرهیز از شلوغی شکل این وابستگی نشان داده نشده است.

از سوی دیگر فرض بر این است که فاصله ی بین انتهای پایینی دو آرایه در راستای محور  $x$  ثابت و برابر  $d$  می باشد. دستگاه مختصات ثابت است و به محل آرایه ی گیرنده بستگی ندارد. این نکته و نیز معرفی زاویه ی آفتست  $\theta_R$  سبب می شود تا مدل ارائه شده در اینجا، کاملتر از مدل های ارائه شده ی قبلی باشد [7,9]. همچنین این امکان را فراهم می آورد تا بتوان ظرفیت سیستم را تحت هر منحنی دلخواهی در صفحه  $x-y$  محاسبه نمود.

یک روش معمول برای مدل کردن ماتریس کانال این است که آن را به صورت مجموع وزن داری از یک ماتریس معین  $\mathbf{H}_{LoS}$  و ماتریس تصادفی  $\mathbf{H}_{NLoS}$  در نظر بگیریم [10]. همانطور که پیشتر گفته شد،  $\mathbf{H}$  باید یک ماتریس نرمالیزه باشد، بنابراین:

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{K}{K+1}} \cdot \mathbf{H}_{LoS} + \sqrt{\frac{1}{K+1}} \cdot \mathbf{H}_{NLoS} \quad (۴)$$

که در آن  $\lambda$  طول موج و  $(\cdot)^T$  اپراتور ترانهاده است. ماتریس کانال را می توان به صورت زیر نشان داد،

$$\mathbf{H}_{LoS} = [\mathbf{h}_0, \mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{N-1}].$$

از روابط جبر خطی می دانیم که  $trace(\mathbf{W}) = \sum_{i=1}^U \lambda_i$  می توان نشان داد که برای کانال LoS خالص  $trace(\mathbf{W}) = N.M (= U.V)^A$  که در آن  $V = \max(M, N)$ . بنابراین ظرفیت کانال در رابطه ی (۲) زمانی بیشینه می شود که  $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_U = V$  باشد. یکی از حالاتی که چنین شرطی برقرار می گردد، زمانی است که داشته باشیم  $\mathbf{W} = V \cdot \mathbf{I}_U$ . این معادله با فرض  $M > N$  ( $M \leq N$ ) زمانی برقرار می شود که ستون های (سطرهای)  $\mathbf{H}_{LoS}$  بر هم عمود باشند.

ابتدا فرض می کنیم که  $M > N$  باشد. بنابراین برای برقراری شرط فوق، بایستی ستون های  $\mathbf{H}_{LoS}$  بر هم عمود باشند، یعنی ضرب داخلی آنها صفر باشد:

$$\langle \mathbf{h}_k, \mathbf{h}_l \rangle = \sum_{m=0}^{M-1} \exp\{j \frac{2\pi}{\lambda} (r_{mk} - r_{ml})\}$$

$$= \sum_{m=0}^{M-1} \exp\{j \frac{2\pi}{\lambda R} d_t d_r [\cos\theta_r \cos\theta_t - \sin\theta_t \sin\theta_r \times [\cos\theta_R \cos(\theta_R - \phi_r) - \cos\phi_r]](l-k)m\}$$

$$= \frac{\sin\{\frac{\pi}{\lambda R} d_t d_r [\cos\theta_r \cos\theta_t - \sin\theta_t \sin\theta_r [\cos\theta_R \cos(\theta_R - \phi_r) - \cos\phi_r]](l-k)M\}}{\sin\{\frac{\pi}{\lambda R} d_t d_r [\cos\theta_r \cos\theta_t - \sin\theta_t \sin\theta_r [\cos\theta_R \cos(\theta_R - \phi_r) - \cos\phi_r]](l-k)\}} = 0 \quad l, k \in \{0, 1, 2, \dots, N-1\} \quad (\lambda)$$

با توجه به رابطه ی بالا مشخص است که  $d_t d_r$  نقش مهمی در طراحی ULA دارد و ازین پس آن را  $ASP^A$  می نامیم.

اجازه دهید تا نگاهی دقیق تر به این معادله بیندازیم. برای سادگی کار با معادلات، متغیر  $\mathbf{G}$  را به صورت زیر تعریف می نماییم:

$$\mathbf{G} := \frac{d_t d_r}{\lambda R} [\cos\theta_r \cos\theta_t - \sin\theta_t \sin\theta_r \times [\cos\theta_R \cos(\theta_R - \phi_r) - \cos\phi_r]]V \quad (9)$$

در این صورت رابطه ی (۸) به شکل زیر ساده می شود:

$$\langle \mathbf{h}_k, \mathbf{h}_l \rangle = \frac{\sin[\frac{\pi \mathbf{G}(l-k)}{M}]}{\sin[\frac{\pi \mathbf{G}(l-k)}{M}]} = 0 \quad l, k \in \{0, 1, 2, \dots, N-1\} \quad (10)$$

$m$  ام در دستگاه مختصات هستند. با توجه به شکل (۱) می توان این بردارها را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_n^t &= (nd_t \sin\theta_t) \mathbf{n}_y + (nd_t \cos\theta_t) \mathbf{n}_z \\ \mathbf{a}_m^r &= (R \sin\theta_R + md_r \sin\theta_r \sin\phi_r) \mathbf{n}_x + (R \cos\theta_R + md_r \sin\theta_r \cos\phi_r) \mathbf{n}_y + (md_r \cos\theta_r) \mathbf{n}_z \end{aligned} \quad (\square)$$

که در آن  $m \in \{0, 1, \dots, M-1\}$  و  $n \in \{0, 1, \dots, N-1\}$  همچنین  $\mathbf{n}_x$ ,  $\mathbf{n}_y$  و  $\mathbf{n}_z$  بردارهای یکه محورهای مختصات هستند. با محاسبه ی نرم تفاضل این بردارها می توان فاصله ی  $r_{mn}$  را محاسبه نمود.

$$\begin{aligned} r_{mn} &= \|\mathbf{a}_m^r - \mathbf{a}_n^t\| \\ &= [(R \sin\theta_R + md_r \sin\theta_r \sin\phi_r)^2 + (R \cos\theta_R + md_r \sin\theta_r \cos\phi_r - nd_t \sin\theta_t)^2 + (md_r \cos\theta_r - nd_t \cos\theta_t)^2]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (6)$$

با به کارگیری بسط تیلور  $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$  که برای  $x \ll 1$  برقرار است، می توانیم رابطه ی بالا را به شکل زیر ساده کنیم:

$$\begin{aligned} r_{mn} &\approx R + md_r \sin\theta_r \cos(\theta_R - \phi_r) - nd_t \sin\theta_t \cos\theta_R \\ &+ \frac{[md_r \sin\theta_r \sin(\theta_R - \phi_r)]^2 + [nd_t \sin\theta_t]^2 + [md_r \cos\theta_r - nd_t \cos\theta_t]^2}{2R} \\ &+ \frac{2mnd_t d_r \sin\theta_t \sin\theta_r [\cos\theta_R \cos(\theta_R - \phi_r) - \cos\phi_r]}{2R} \end{aligned} \quad (7)$$

همچنین برای ساده کردن مخرج، فرض را بر این گذاشته ایم که:

$R \gg md_r \sin\theta_r \cos(\theta_R - \phi_r) - nd_t \sin\theta_t \cos\theta_R$  این دو فرض در صورتی برقرار است که  $R$  نسبت به ابعاد آرایه ها در راستای محورهای  $x$  و  $y$  خیلی بزرگتر باشد. بنابراین هرچه  $R$  بزرگتر باشد، این عبارت تقریب بهتری از  $r_{mn}$  واقعی ارائه می کند.

سیگنال ارسالی از آنتن فرستنده  $\mathbf{n}$  ام با طی مسیر  $r_{mn}$  به آنتن گیرنده  $\mathbf{m}$  ام می رسد. تغییر فاز بین فرستنده ی  $\mathbf{n}$  ام و آرایه ی گیرنده با بردار زیر نمایش داده می شود:

$$\mathbf{h}_n = \left[ \exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda} r_{0,n}\right), \dots, \exp\left(\frac{j2\pi}{\lambda} r_{M-1,n}\right) \right]^T,$$

اگر سطر  $m$  ام ماتریس  $\mathbf{H}_{LOS}$  را با  $\mathbf{I}_m$  نشان دهیم، شرط تعامد در حالت  $M \leq N$  به طریق مشابه بدست می آید:

$$\langle \mathbf{I}_k, \mathbf{I}_l \rangle = \frac{\sin[\frac{\pi G(l-k)}{N}]}{\sin[\frac{\pi G}{N}(l-k)]} = 0 \quad l, k \in \{0, 1, 2, \dots, M-1\} \quad (11)$$

با ترکیب معادلات (10) و (11) می توانیم شرط تعامد را در حالت کلی به صورت زیر بنویسیم:

$$\langle \mathbf{j}_k, \mathbf{j}_l \rangle = \frac{\sin[\frac{\pi G(l-k)}{V}]}{\sin[\frac{\pi G}{V}(l-k)]} = 0 \quad l, k \in \{0, 1, 2, \dots, U-1\} \quad (12)$$

که در آن:

$$\mathbf{j} := \begin{cases} \mathbf{h} & , M > N \\ \mathbf{I} & , M \leq N \end{cases}$$

واضح است که  $G$  تابعی از پارامترهای مدل و نیز مکان لحظه ای گیرنده  $(R, \theta_R)$  است. همانطور که می دانیم  $R$  و  $\theta_R$  خود تابعی از زمان هستند و مختصات مکان لحظه ای آرایه ی گیرنده را نشان می دهند. از سوی دیگر پارامترهای مدل را تنها یک بار می توان انتخاب کرد و پس از آن ثابت و غیرقابل تغییر هستند. در این بخش در مورد طراحی سیستم و انتخاب پارامترها صحبتی نمی کنیم و آن را به بخش آتی واگذار می نمائیم. تنها فرض می کنیم که این طراحی صورت گرفته است و مقادیر پارامترهای سیستم انتخاب شده اند. این گزینش به نحوی بوده که ظرفیت را در یک نقطه خاص  $R = R_0$  و  $\theta_R = \theta_0$  بیشینه نموده است. به این نقطه خاص، نقطه ی بهینه ی مرجع می گوئیم. مسلماً انتخاب نقطه ی مذکور باید به گونه ای باشد که حاصلضرب  $d_t d_r$  کمینه شود و از این رو در نقطه ی بهینه مرجع داریم  $G(R_0, \theta_0) = 1$ . پس از انتخاب پارامترهای سیستم می توان گفت که  $G$  تنها تابعی از  $R$  و  $\theta_R$  است. در ادامه ی این بخش برای سادگی روابط،  $G(R, \theta_R)$  را با  $G$  نشان می دهیم و وابستگی  $G$  به  $R$  و  $\theta_R$  را در بخش بعدی بررسی می نماییم.

همانطور که پیشتر هم اشاره شد، مطلوب است که به ازای تمام مقادیر  $l, k \in \{0, 1, 2, \dots, U-1\}$

• اگر  $G = mV$  باشد، به ازای هر  $l, k \in \{0, 1, 2, \dots, U-1\}$  داریم  $\langle \mathbf{j}_k, \mathbf{j}_l \rangle = V$ . در این حالت، ماتریس  $\mathbf{W}$  تنها یک مقدار ویژه ی غیر صفر دارد که برابر است با  $\lambda_1 = U \cdot V = M \cdot N$  و ظرفیت در رابطه ی (2) به کمینه خود یعنی  $C_{min} = \log_2(1 + M\bar{\gamma})$  می رسد.

• اگر  $G = m' \neq mV$  باشد، به ازای هر  $l, k \in \{0, 1, 2, \dots, U-1\}$  و  $l \neq k$  داریم  $\langle \mathbf{j}_k, \mathbf{j}_l \rangle = 0$ . در این حالت ماتریس  $\mathbf{W}$  دارای مقادیر ویژه برابر  $(\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_U = V)$  است و ظرفیت در رابطه ی (2) به بیشینه مقدار خود یعنی  $C_{max} = U \cdot \log_2(1 + \frac{V}{N}\bar{\gamma})$  می رسد.

(ب)  $V$  عددی اول نباشد:

• اگر  $G = mV$  باشد، به ازای هر  $l, k \in \{0, 1, 2, \dots, U-1\}$  داریم  $\langle \mathbf{j}_k, \mathbf{j}_l \rangle = V$  و ظرفیت، کمینه می شود.

• اگر  $G = m' \neq mV$  باشد، آنگاه ممکن است به ازای برخی از  $l, k \in \{0, 1, 2, \dots, U-1\}$  و  $l \neq k$  داشته باشیم  $\langle \mathbf{j}_k, \mathbf{j}_l \rangle \neq 0$ . مثلاً حالت  $U = V = 4$  را در نظر بگیرید. در این حالت به ازای  $G = 2$  و  $(l - k) = \pm 2$  خواهیم داشت  $\langle \mathbf{j}_k, \mathbf{j}_l \rangle = \pm V$  و در نتیجه  $\mathbf{W} \neq V \cdot \mathbf{I}_U$  و ظرفیت به مقدار بیشینه خود نمی رسد.

بنابراین می توان گفت، حالتی که  $V$  عددی اول باشد، مطلوب تر است و ظرفیت بیشتری را نتیجه می دهد. برای کمی سازی این مطلب، پارامتر  $\mu$  را به صورت زیر تعریف می نماییم:

$$\mu_{MN} = \frac{g}{V-1}$$

که در آن  $g$  بیشینه تعداد اعداد صحیحی در بازه ی  $\{1, 2, \dots, V-1\}$  است که  $G$  می تواند اختیار کند

فرم ۱: با فرض مشخص بودن  $d$  و  $R_0$ ، مقادیر  $\theta_t, \theta_r, \phi_r$  را به گونه ای تعیین نمایید که ASP کمینه گردد.

فرم ۲: با فرض مشخص بودن  $d$  و ASP، مقادیر  $\theta_t, \theta_r, \phi_r$  را به گونه ای تعیین نمایید که  $R_0$  بیشینه گردد.

قضیه ی زیر بیان ریاضی مسئله ی طراحی بهینه ی سیستم است.

قضیه ی ۱:

تابع چند متغیره ی  $F$  را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$F(\theta_t, \theta_r, \phi_r) = \cos\theta_r \cos\theta_t - \sin\theta_t \sin\theta_r \times [\cos\theta_0 \cos(\theta_0 - \phi_r) - \cos\phi_r]$$

$$D_F: 0 \leq \theta_t, \theta_r \leq 90^\circ, 0 \leq \phi_r \leq 180^\circ \quad (13)$$

در این صورت، پاسخ مساله ی طراحی بهینه سیستم، به صورت زیر خواهد بود،

$$(\hat{\theta}_t, \hat{\theta}_r, \hat{\phi}_r) := \operatorname{argmax}_{(\theta_t, \theta_r, \phi_r)} |F(\theta_t, \theta_r, \phi_r)| \quad (14)$$

اثبات:

طبق رابطه ی (۹) می توانیم بنویسیم،

$$G(R_0, \theta_0) = \frac{d_t d_r V}{\lambda R_0} F(\theta_t, \theta_r, \phi_r)$$

اما همان طور که پیشتر گفته شد، در نقطه ی بهینه

ی مرجع داریم  $G(R_0, \theta_0) = 1$ . بنابراین

اگر بخواهیم به ازای یک

ASP معین،  $R_0$  بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد،

بایستی تابع  $F$  بیشینه شود. به صورتی مشابه می توان

گفت که به ازای یک  $R_0$  مشخص، ASP زمانی کمینه

می گردد که  $F$  بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.

از آن جایی که علامت  $F$  در صورت و مخرج رابطه ی

(۸) ساده می شود، تنها قدر مطلق آن مدنظر است و

بنابراین اثبات کامل است.

برای روشن شدن بیشتر مطلب، ابتدا چند حالت

خاص را بررسی نموده و سپس به طراحی بهینه ی

سیستم در حالت کلی می پردازیم.

$$\text{الف) } \theta_t = \theta_r = 0^\circ$$

در این حالت داریم:

به گونه ای که به ازای تمام  $(l-k) \in \{\pm 1, \pm 2, \dots, \pm(U-1)\}$  داشته باشیم:

$$G.(l-k) \neq mV$$

که در آن  $m$  عدد صحیح دلخواهی است.  $\mu_{MN}$  معیاری

از بهینه بودن انتخاب زوج  $(M, N)$  برای سیستم

است. هر اندازه  $\mu_{MN}$  به یک نزدیکتر باشد، انتخاب زوج

$(M, N)$  در شرایط یکسان مناسب تر است. مثلا

همان طور که در بالا گفتیم به ازای  $M =$

$N (= U = V) = 4$  در حالت  $G = 2$  و  $(l-k) =$

$\pm 2$  داریم  $G.(l-k) = 4 = \pm V$  در اینجا

$g = 2$  و در نتیجه  $\mu_{4,4} = \frac{2}{3}$ . از طرف دیگر در

صورتی که  $V$  عددی اول باشد، می توان ثابت کرد که:

$$\mu_{MN} = 1 \quad \forall U \leq V$$

مقادیر  $\mu$ ، به ازای چند  $M$  و  $N$  مختلف، در جدول

(۱) آمده است.

جدول (۱) مقادیر  $\mu$  به ازای  $M$  و  $N$  های مختلف

$M \backslash N$	2	3	4	5	6
2	1	1	1	1	1
3	1	1	0.67	1	0.8
4	1	0.67	0.67	1	0.4
5	1	1	1	1	0.4
6	1	1	0.4	0.4	0.4

#### ۴. طراحی بهینه سیستم

در این بخش می خواهیم با استفاده از روابط بدست

آمده در بخش های قبلی، نحوه ی انتخاب بهینه ی

پارامترهای مدل یعنی مقادیر  $\theta_t, \theta_r, \phi_r, d_t, d_r$  و

نیز نقطه بهینه ی مرجع یعنی  $(R_0, \theta_0)$  را شرح

دهیم. ناگفته پیداست که هر اندازه ASP کوچکتر و

$R_0$  بزرگتر باشد، از دید طراحی مطلوب تر است، زیرا

سبب می شود تا طول آرایه های فرستنده و گیرنده،

کمتر و ناحیه تحت پوشش، وسیعتر گردد. بنابراین

مسئله طراحی بهینه سیستم را می توان در دو فرم

معادل زیر بیان نمود.

مسئله طراحی بهینه سیستم:

مجدداً  $R_0$  باید به گونه ای باشد که داشته باشیم:

$$G(R_0) = \frac{d_t d_r V d^2}{\lambda R_0^3} = 1 \quad \Rightarrow \quad R_0 = \sqrt[3]{\frac{d_t d_r V d^2}{\lambda}} \quad (19)$$

مشخص است که با فرض ASP یکسان،  $R_0$  در این حالت نسبت به حالت (الف) کوچکتر می شود<sup>۱</sup> که این یک فاکتور منفی است. پس از انتخاب نقطه ی مرجع بهینه، سایر نقاط بهینه را نیز می توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$G(R) = \frac{d_t d_r V d^2}{\lambda R^3} = \left(\frac{R_0}{R}\right)^3 = m' \\ \Rightarrow R = \frac{R_0}{\sqrt[3]{m'}} \quad m' \neq mV \quad (20) \\ \phi_r = 90^\circ + \theta_0 \quad (21)$$

در این حالت، رابطه ی (۱۷) به شکل زیر در می آید<sup>۱۱</sup>:

$G(R, \theta_R) = \frac{d_t d_r V}{\lambda R} [\sin \theta_0 + \cos \theta_R \sin(\theta_R - \theta_0)]$   
می توان نشان داد که عبارت داخل کروشه در رابطه ی (۱۷\*) بیشترین مقدار ممکن خود را، در این حالت خواهد داشت. نقطه ی بهینه مرجع به صورت زیر انتخاب می گردد:

$$G(R_0, \theta_0) = \frac{d_t d_r V}{\lambda R_0} \sin \theta_0 = \frac{d_t d_r V d}{\lambda R_0^2} = 1 \\ \Rightarrow R_0 = \sqrt{\frac{d_t d_r V d}{\lambda}}$$

در اینجا هم با فرض ASP یکسان،  $R_0$  نسبت به حالت (الف) کمتر خواهد بود. سایر نقاط بهینه از رابطه ی زیر بدست می آیند:

$$G(R, \theta_R) = \frac{d_t d_r V}{\lambda R} [\sin \theta_0 + \cos \theta_R \sin(\theta_R - \theta_0)] \\ = \frac{R_0^2}{dR} [\sin \theta_0 + \cos \theta_R \sin(\theta_R - \theta_0)] = m' \\ \text{for } m' \neq mV \quad (21)$$

$$\phi_r = \theta_0 \quad (22)$$

با جایگذاری در رابطه ی (۱۷) در این حالت خواهیم داشت:

$$G(R, \theta_R) = \frac{d_t d_r V}{\lambda R} [\cos \theta_0 - \cos \theta_R \cos(\theta_R - \theta_0)]$$

و در نقطه ی بهینه ی مرجع

$$G(R_0, \theta_0) = \frac{d_t d_r V}{\lambda R_0} [\cos \theta_0 - \cos \theta_0 \cos(\theta_0 - \theta_0)]$$

$$G(R, \theta_R) = \frac{d_t d_r V}{\lambda R} = G(R) \quad (15)$$

یعنی  $G$  مستقل از  $\theta_R$  است. همچنین زاویه  $\phi_r$  در محاسبات بی تاثیر است. همان طور که قبلاً هم گفتیم نقطه ی بهینه مرجع یعنی  $(R_0, \theta_0)$  باید به گونه ای انتخاب شود که داشته باشیم:

$$G(R_0, \theta_0) = \frac{d_t d_r V}{\lambda R_0} = 1 \quad (15^*)$$

حال با استفاده از این رابطه می توان مقدار  $R_0$  را بدست آورد.

$$R_0 = \frac{d_t d_r V}{\lambda}$$

پس از انتخاب نقطه ی بهینه ی مرجع، نقاط دیگری که به ازای آنها  $G = m' \neq mV$  است، به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$G(R) = \frac{d_t d_r V}{\lambda R} = \frac{R_0}{R} = m'$$

$$\Rightarrow R = \frac{R_0}{m'} \quad \text{for } m' \neq mV \quad (16)$$

بنابراین در تمام این نقاط ظرفیت به بیشینه خود می رسد.

$$\theta_t = \theta_r = 90^\circ \quad (ب)$$

در این حالت داریم:

$$G(R, \theta_R) = \frac{d_t d_r V}{\lambda R} [\cos \phi_r - \cos \theta_R \cos(\theta_R - \phi_r)] \quad (17)$$

و در نقطه ی بهینه ی مرجع

$$G(R_0, \theta_0) = \frac{d_t d_r V}{\lambda R_0} [\cos \phi_r - \cos \theta_0 \cos(\theta_0 - \phi_r)] \quad (17^*)$$

برحسب مقداری که  $\phi_r$  اختیار می کند، حالت های مختلفی ایجاد می شود:

$$\phi_r = 0^\circ \quad (1-ب)$$

در این حالت، رابطه ی (۱۷) به صورت زیر در خواهد آمد:

$$G(R, \theta_R) = \frac{d_t d_r V}{\lambda R} \sin^2 \theta_R$$

اگر حالت خاص سناریوی نشان داده شده در شکل

(۱) را در نظر بگیریم، خواهیم داشت  $\sin \theta_R = \frac{d}{R}$  با جایگذاری در رابطه ی قبلی، بدست می آید:

$$G(R) = \frac{d_t d_r V d^2}{\lambda R^3} \quad (18)$$



نشان داد که رابطه ی (۲۲) با تقریب خوبی برای  $d \neq 0$  نیز برقرار است.

#### ۴.۱. طراحی بهینه ی سیستم در حالت کلی

پس از پرداختن به حالت های خاص، اکنون می خواهیم مسئله ی طراحی بهینه سیستم را در حالت کلی و تحت مفروضات دو فرم معادل ۱ و ۲ که در ابتدای این بخش آمدند، بررسی کنیم و به این سوال پاسخ دهیم که در نهایت بایستی چه مقادیری برای پارامترهای مدل انتخاب کرد؟

از آنچه در بالا آمد، چنین به نظر می رسد که حالت (الف) نسبت به حالت های دیگر از دید طراحی جذاب تر است، زیرا به ازای یک ASP مشخص، بیشترین  $R_0$  را نتیجه می دهد یا به صورت معادل می توان گفت که به ازای یک  $R_0$  معین، کمترین ASP را بدست می دهد. نشان می دهیم که در واقع نیز چنین است و حالت (الف) پاسخ مسئله ی طراحی بهینه سیستم می باشد. اما پیش از آن، چند لم را که برای این منظور مورد نیاز است، بیان می کنیم. اثبات این لم ها را می توان در بیشتر کتاب های آنالیز ریاضی همچون [11] یافت و ما در اینجا به آن نمی پردازیم.

لم ۱:

تابع چند متغیره  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  که در ناحیه ی بسته و کرانداری همچون  $D_f$ ، تعریف شده و در تمام نقاط این ناحیه پیوسته باشد، یک مقدار ماکسیمم مطلق و یک مقدار مینیمم مطلق در  $D_f$  خواهد داشت.

لم ۲:

اگر تابع چند متغیره  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  و تمام مشتقات جزئی مرتبه ی اول و دوم آن در یک ناحیه باز شامل نقطه ی  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ ، پیوسته باشد، آنگاه شرط لازم برای اینکه  $a$  یک نقطه ی بحرانی<sup>۱۴</sup> تابع  $f$  باشد این است که تمام مشتقهای جزئی مرتبه ی اول تابع  $f$  در این نقطه صفر باشد، یعنی،

$$f_{x_i} = \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0$$

$$= 0$$

در نتیجه در این حالت به ازای هیچ مقدار متناهی ASP و  $R_0$  ظرفیت در نقطه ی  $(R_0, \theta_0)$  بیشینه نخواهد شد. به عبارت دیگر در هیچ یک از نقاط مسیر حرکت خودرو، و به ازای هیچ مقدار متناهی ASP ظرفیت کانال MIMO به مقدار  $C_{max}$  نخواهد رسید. بنابراین طراحی بهینه ی سیستم در این حالت امکان پذیر نیست.

بایستی به این نکته توجه داشت که کمترین فاصله ی ای که خودرو می تواند با ایستگاه کنار جاده ای داشته باشد، برابر  $d$  است. بنابراین در تمام روابط بالا تنها جواب هایی قابل قبول می باشند که در آنها  $R \geq d$  است. در حالت خاص  $d = 0$ ، معادلات (۱۶)، (۲۰) و (۲۱) دارای بی شمار جواب هستند. به بیان دیگر، ظرفیت در بی نهایت نقطه از مسیر حرکت خودرو، بیشینه است. البته با استدلالی مشابه می توان نتیجه گرفت که در این حالت، بی نهایت نقطه نیز وجود دارد که به ازای آنها ظرفیت کانال کمینه است. قضیه زیر که به سادگی قابل اثبات است، بیانگر نسبت تعداد این دو مجموعه از نقاط است:

قضیه ۲:

اگر  $S_{max}$  بیانگر مجموعه ی نقاطی از مسیر حرکت خودرو<sup>۱۲</sup> باشد که در آنها ظرفیت کانال بیشینه است، و  $S_{min}$  نشان دهنده ی مجموعه ای از نقاط باشد که در آنها ظرفیت کمینه است، به عبارت دیگر،

$$S_{max} = \{R | C(R) = C_{max}\}$$

$$S_{min} = \{R | C(R) = C_{min}\}$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$\lim_{d \rightarrow 0} \frac{n(S_{max})}{n(S_{min})} = V - 1 \quad (22)$$

که در آن،  $n(A)$  عدد اصلی<sup>۱۳</sup> مجموعه  $A$  است. به عبارت دیگر، اگرچه برای  $d = 0$  داریم  $n(S_{min}) = +\infty$  و  $n(S_{max}) = +\infty$  اما به ازای هر نقطه ی مینیمم مطلق،  $V - 1$  نقطه ی ماکسیمم مطلق وجود دارد. ظرفیت در نزدیکی فرستنده به شدت حالت تناوبی پیدا می کند و مدام بین مقادیر  $C_{min}$  و  $C_{max}$  در تغییر است. می توان

که هر سه آنها در نقاط داخلی  $D_F$  پیوسته هستند. به صورت مشابه می توان نشان داد که مشتقات جزئی مرتبه ی دوم  $F$  نیز همواره پیوسته می باشند. بنابراین مفروضات لم ۲ برقرار است و می توانیم نقاط بحرانی تابع  $F$  را با مساوی صفر قرار دادن روابط بالا بدست آوریم. با انجام چند عمل ساده ریاضی، از دو معادله اول نتیجه می شود :

$$\tan^2\theta_t + \tan^2\theta_r = 0$$

به سادگی مشخص است که تنها جوابی از این معادله که در ناحیه بسته ی  $D_F$  قرار داشته باشد،  $\theta_t = \theta_r = 0$  است. این یک نقطه ی کرانه ای است و در هر سه معادله ی بالا صدق می کند، بنابراین تابع  $F$  در داخل ناحیه  $D_F$  هیچ نقطه ی بحرانی ندارد.

اکنون با توجه به لم ۳ می توان گفت که اکسترمم های مطلق این تابع در نقاط کرانه ای  $D_F$  رخ می دهد. بنابراین مقادیر تابع  $F$  را در این نقاط محاسبه می نماییم. نتیجه ی این کار در جدول (۲) آمده است. برای مثال، سطر دوم نشان می دهد که برای  $\theta_t = 90^\circ$  حداکثر مقداری که تابع  $F$  می تواند اختیار کند،  $\sin^2\theta_0$  می باشد که به ازای  $(\theta_r = 90^\circ, \phi_r = 0^\circ)$  حاصل می گردد.

حال با در نظر گرفتن این که  $0 \leq \theta_0 < 90$  ، همواره داریم  $0 \leq \sin\theta_0 < 1$  . بنابراین با توجه به جدول (۲) می توانیم بگوییم که تابع  $F$  دارای ماکسیمم مطلق یک است که در نقطه ی  $\theta_t = \theta_r = 0^\circ$  رخ می دهد و مینیمم مطلق آن  $-\sin\theta_0$  است که در نقطه ی  $(\theta_t = \theta_r = 90^\circ, \phi_r = 0^\circ)$  واقع می شود، در نتیجه،  $|F| \leq 1$  و خواهیم داشت :

$$\text{argmax}_{(\theta_t, \theta_r, \phi_r)} |F| = (0, 0, \phi_r) \quad (23)$$

و اثبات کامل است.

پیش از پایان این بخش اجازه دهید تا یک حالت خاص دیگر را بررسی نماییم:

$$\theta_0 = 0^\circ \quad \bullet$$

در این صورت آزمون مشتق دوم، نوع نقطه ی بحرانی را مشخص می سازد.

لم ۳:

نقاط اکسترمم مطلق تابع چند متغیره  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  که در سراسر دامنه بسته و کراندار  $D_f$  خود، پیوسته باشد، در نقاط بحرانی یا نقاط کرانه ای  $f$  رخ می دهند.

حال به کمک این لم ها می توانیم پاسخ مسئله ی طراحی بهینه سیستم را به شکل زیر بیان نماییم.

قضیه ی ۳:

پاسخ مسئله ی طراحی بهینه ی سیستم شکل (۱)، که توسط رابطه ی (۱۴) و تحت مفروضات دو فرم معادل ۱ و ۲ توصیف می شود به صورت زیر است،  $(\hat{\theta}_t, \hat{\theta}_r, \hat{\phi}_r) = (0, 0, \phi_r)$  به عبارت دیگر، نسبت  $\frac{d_t d_r}{R_0}$  برای این سیستم، زمانی کمینه می گردد که  $\theta_t = \theta_r = 0$  باشد، یعنی آرایه های فرستنده و گیرنده در راستای عمود بر سطح جاده و موازی هم قرار داشته باشند و مشخص است که در این حالت، زاویه  $\phi_r$  بی تاثیر است.

اثبات :

تابع  $F$  در رابطه ی (۱۳)، مجموعی از توابع خوش تعریف  $\sin$  و  $\cos$  است و از این رو در تمام نقاط ناحیه بسته و کراندار  $D_F$ ، پیوسته می باشد. در نتیجه طبق لم ۱، دارای یک مقدار ماکسیمم مطلق و یک مقدار مینیمم مطلق در این ناحیه است. مشتقات جزئی مرتبه ی اول تابع  $F$  به صورت زیر خواهند بود،

$$\begin{aligned} F_{\theta_t} &= -\sin\theta_t \cos\theta_r - \cos\theta_t \sin\theta_r [\cos\theta_0 \cos(\theta_0 - \phi_r) - \cos\phi_r] \\ F_{\theta_r} &= -\sin\theta_r \cos\theta_t - \cos\theta_r \sin\theta_t [\cos\theta_0 \cos(\theta_0 - \phi_r) - \cos\phi_r] \\ F_{\phi_r} &= -\sin\theta_t \sin\theta_r [\cos\theta_0 \sin(\theta_0 - \phi_r) + \sin\phi_r] \end{aligned}$$

ظرفیت Ergodic، متوسط ظرفیت بر روی تمام تحقق<sup>۱۵</sup> های کانال به ازای یک SNR مشخص می باشد. به عبارت دیگر :

$$\bar{C} = E_H[C(\bar{Y})]$$

متوسط گیری نسبت به تحقق های مختلف ماتریس H صورت می گیرد.

## ۲- ظرفیت Outage

به ازای هر  $C_{out}$  یک  $P_{out}$  وجود دارد به نحوی که ظرفیت سیستم با احتمال  $P_{out}$  کمتر از  $C_{out}$  می شود. به عبارت دیگر :

$$P_{out}(C_{out}) = \Pr(C \leq C_{out})$$

ظرفیت Outage معیاری برای بررسی ماهیت تصادفی ظرفیت است.

ارزیابی رفتار سیستم در این بخش بر مبنای این معیار ها صورت می گیرد. تمام نتایجی که در ادامه نشان داده می شود، بر مبنای شبیه سازی های عددی بر روی ۵۰۰۰ تحقق از ماتریس  $H_{NLoS}$  محاسبه شده است. عناصر  $H_{NLoS}$  از توزیع رابلی پیروی می کنند، بنابراین به صورت متغیرهای تصادفی مستقل مختلط گوسی با میانگین صفر و واریانس یک مدل می شوند. نخست توجه خود را بر روی حالت خاص مسیر نشان داده شده در شکل (۱) متمرکز می نماییم. فرض می کنیم که خودرو مورد نظر، با سرعت ثابت  $v$  از سمت راست به سمت آنتن فرستنده در حال حرکت است. در انتهای این بخش، حالت کلی تری را در نظر می گیریم و ظرفیت را در منطقه ی وسیعتری از صفحه  $x-y$  بررسی می نماییم.

هر مسیری در صفحه ی  $x-y$  را می توان با تابعی از  $R$  و  $\theta_R$  بیان نمود. همان طور که پیشتر گفتیم، برای مسیر شکل (۱) فرض بر این است که فاصله ی انتهای پایینی آرایه ی گیرنده از مبدا مختصات در راستای محور  $x$  ثابت و برابر  $d$  است. بنابراین مسیر مورد نظر را می توان با معادله ی  $R \sin \theta_R = d$  توصیف نمود. واضح است که هر مسیر دیگری در صفحه ی  $x-y$  را نیز می توان به طریق مشابهی بر مبنای تابعی از  $R$  و

در این حالت و با فرض اینکه  $v = 0$  (حالت سکون) باشد، از رابطه ی (۹) خواهیم داشت  $G(R, 0) = \frac{d_t d_r v \cos \theta_t \cos \theta_r}{\lambda R}$  و در نتیجه در نقطه ی مرجع خواهیم داشت  $d_t d_r = \frac{\lambda R_0}{v \cos \theta_t \cos \theta_r}$  همان رابطه ی (۸) در [12] است. بنابراین می توان گفت که مدل ارائه شده در این مقاله، حتی در حالت سکون نیز جامع تر از مدل های قبلی است و آنها را به عنوان یک حالت خاص در خود دارد.

جدول (۲) مقادیر بیشینه و کمینه ی تابع  $F$  در نقاط کرانه ای  $D_F$

	$F_{\max}$ (condition)	$F_{\min}$ (condition)
$\theta_t = 0^\circ$	1 ( $\theta_r = 0^\circ$ )	0 ( $\theta_r = 90^\circ$ )
$\theta_t = 90^\circ$	$\sin^2 \theta_0$ ( $\theta_r = 90^\circ, \phi_r = 0^\circ$ )	$-\sin \theta_0$ ( $\theta_r = 90^\circ, \phi_r = 90^\circ + \theta_0$ )
$\theta_r = 0^\circ$	1 ( $\theta_t = 0^\circ$ )	0 ( $\theta_t = 90^\circ$ )
$\theta_r = 90^\circ$	$\sin^2 \theta_0$ ( $\theta_t = 90^\circ, \phi_t = 0^\circ$ )	$-\sin \theta_0$ ( $\theta_t = 90^\circ, \phi_t = 90^\circ + \theta_0$ )
$\phi_r = 0^\circ$	1 ( $\theta_t = 0^\circ, \theta_r = 0^\circ$ )	0 ( $\theta_t = 0^\circ, \theta_r = 90^\circ$ ) or ( $\theta_t = 90^\circ, \theta_r = 0^\circ$ )
$\phi_r = 180^\circ$	1 ( $\theta_t = 0^\circ, \theta_r = 0^\circ$ )	$-\sin^2 \theta_0$ ( $\theta_r = 90^\circ, \phi_r = 90^\circ$ )

## ۵. نتایج عددی

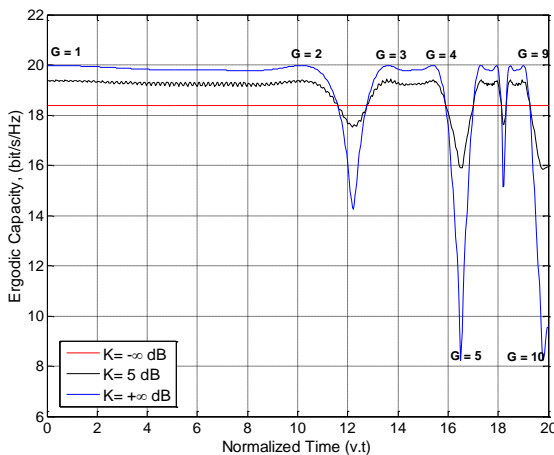
در این بخش با توجه به روابط بدست آمده در قسمت های قبلی و از طریق انجام شبیه سازی های مختلف به ارزیابی عملکرد سیستم می پردازیم. با توجه به رابطه ی (۴) مشخص است که در صورتی که  $K \neq +\infty$  باشد، کانال دارای یک مولفه ی تصادفی است. بنابراین ظرفیت در رابطه ی (۲) نیز به تبع آن، یک متغیر تصادفی خواهد بود. بر این مبنا دو معیار مهم برای بررسی عملکرد سیستم عبارت اند از :

۱- ظرفیت Ergodic

با جایگزینی این عبارت در رابطه ی (۱۶)، می توانیم  $G$  را به صورت تابعی از زمان بنویسیم :

$$G(t) = \frac{R_0}{R(t)} = \frac{R_0}{[(R_0 \cos \theta_0 - v.t)^2 + d^2]^{1/2}}$$

همچنین، نسبت تعداد نقاطی از مسیر که در آنها ظرفیت بیشینه است، به نقاطی که در آنها ظرفیت کمترین مقدار ممکن را دارد، برابر است با  $\frac{n(S_{max})}{n(S_{min})} = 4$  که نتیجه ی قضیه ۲ را تایید می نماید. در گام بعدی، ظرفیت Outage را به ازای  $K = 5 \text{ dB}$  در زمان های مختلف در شکل (۳) نشان داده ایم. از این نمودار ها هم به خوبی مشخص است که با نزدیک شدن خودرو به محل فرستنده، ظرفیت به طور یکنوا تغییر نمی کند، بلکه در ابتدا کاهش یافته و سپس افزایش می یابد و این روند به شکل تناوبی تکرار می شود. شکل (۴) ظرفیت Ergodic را برحسب متوسط SNR در زمان های مختلف نشان می دهد. فرورفتگی های موجود در نمودار بیانگر نقاطی است که در آنها  $G = mV$  می باشد.



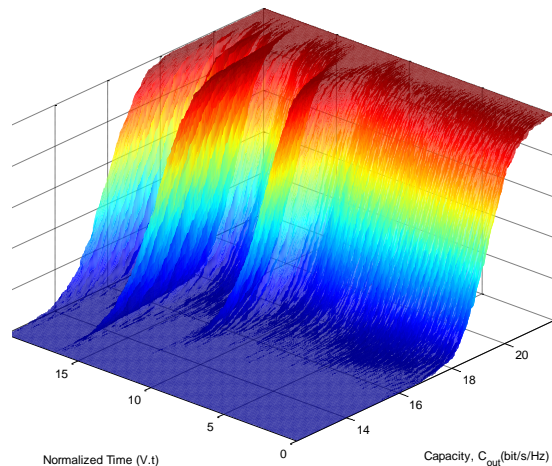
شکل (۲) ظرفیت Ergodic برای سیستم  $5 \times 3$  MIMO به ازای  $SNR = 20 \text{ dB}$  به صورت تابعی از زمان نرمالیزه شده برحسب مقادیر مختلف  $K$

$\theta_R$  بیان کرد. بنابراین مدل ارائه شده در این مقاله و نتایج به دست آمده را می توان برای هر مسیر دلخواهی که خودرو در صفحه ی  $x-y$  برای حرکت خود برمی گزیند، اعمال نمود.

در اینجا فرض می کنیم که نقطه ی بهینه مرجع در فاصله ی  $R_0 = 20$  از مبدا قرار دارد و  $d = 2$  می باشد. بنابراین  $\theta_0$  برابر خواهد شد با  $\theta_0 = \sin^{-1} \frac{d}{R_0} \approx 5.7^\circ$ . همچنین فرض می کنیم که  $M = 3, N = 5, \theta_t = \theta_r = 0^\circ$ ، فرکانس کاری  $f = 5.9 \text{ GHz}$  و SNR متوسط برابر  $\bar{\gamma} = 20 \text{ dB}$  است. در این حالت با توجه به رابطه ی (\*۱۵) مقدار ASP تقریباً برابر 0.2 بدست می آید. در نتیجه  $d_t = d_r = 45 \text{ cm}$ . همچنین با به کارگیری روابط بخش سه، برای کانال LoS خالص ظرفیت در نقاط بهینه تقریباً برابر خواهد شد با  $C_{max} = 20 \text{ bps/Hz}$ . شکل (۲) ظرفیت Ergodic را به ازای مقادیر مختلف  $K$  برحسب زمان نرمالیزه شده نشان می دهد. حالت های حدی  $K = -\infty$  و  $K = +\infty$  به ترتیب بیانگر کانال LoS خالص و کانال رایلی هستند. همان طور که مشخص است، در بیش از ۸۰٪ زمانها، ظرفیت کانال LoS طراحی شده بیشتر از ظرفیت کانال رایلی است و این نسبت مستقل از مقدار  $K$  می باشد. همچنین مشخص است که با افزایش  $K$  ظرفیت افزایش می یابد. این نتایج با نتایج بدست آمده در [4,12] مطابقت دارد. برخی از مقادیر صحیح  $G$ ، بر روی نمودار مشخص شده است. همان طور که در بخش سه بیان شد، در صورتی که  $V$  عددی اول باشد، ظرفیت در نقاطی از مسیر که  $G = mV$  است، کمینه، و در نقاطی که  $G = m' \neq mV$  باشد بیشینه می گردد که با نتایج نشان داده شده در شکل (۲) مطابقت دارد. برای بررسی بیشتر می توانیم  $G$  را به صورت تابعی از زمان بدست آوریم، برای این منظور ابتدا  $R$  را برحسب  $t$  محاسبه می نماییم:

$$R(t) = [(R_0 \cos \theta_0 - v.t)^2 + d^2]^{1/2}$$

سطح جاده قرار بگیرند. همچنین دیدیم که مدل ارائه شده در اینجا جامع تر از مدل های قبلی است و این امکان را فراهم می آورد که ظرفیت را تحت هر مسیر دلخواهی که خودرو در صفحه ی  $x-y$  می پیماید، بررسی نمود. نتایج شبیه سازی ها نشان داد که ظرفیت کانال LoS در اکثر اوقات نسبت به ظرفیت کانال رایلی بیشتر است.



شکل (۳) ظرفیت *Outage* برای سیستم  $5 \times 3$  MIMO با  $SNR = 20$  dB و  $K = 5$  dB به صورت تابعی از زمان نرمالیزه شده

### مراجع

- [1] D. Gesbert, M. Shafi, D.-S. Shiu, P. J. Smith, and A. Naguib, "From theory to practice: An overview of MIMO space-time coded wireless systems," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 21, no. 3, pp. 281–302, April 2003.
- [2] E. Telatar, "Capacity of multi antenna gaussian channels," *AT&T Bell Laboratories, Tech. Memo.*, June 1995.
- [3] L. Cottarelli and M. Debbah, "On the capacity of MIMO Rice Channels," in *Proc. 42nd Allerton Conference*, Illinois, USA, 2004.
- [4] I. Sarris and A. R. Nix, "Design and Performance Assessment of High-Capacity MIMO Architectures in the Presence of a Line-of-Sight Component," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 56, no. 4, pp. 2194–2202, July 2007.
- [5] D. Gesbert, H. Bolcskei, D. A. Gore, and A. J. Paulraj, "Outdoor MIMO wireless channels: Models and performance prediction," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 12, pp. 1926–1934, December 2002.
- [6] A. A. Hutter, F. Platbrood, and J. Ayadi, "Analysis of MIMO capacity gains for indoor propagation channels with LoS component," *Proc. PIMRC*, vol. 3, pp. 1337–1347, Sep. 2002.
- [7] P. F. Driessen and G. Foschini, "On the capacity formula for multiple input-multiple output wireless channels: A geometric interpretation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 2, pp. 173–176, Feb. 1999.
- [8] P. Almers *et al.*, "Survey of Channel and Radio Propagation Models for Wireless MIMO Systems," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, pp. 1–19, vol. 2007.
- [9] M. Matthaiou, D. I. Laurenson, and C.-X. Wang, "Capacity study of vehicle-to-roadside MIMO channels with a line-of-sight component," in *Proc. IEEE Wireless Commun. Networking Conf.*, Apr. 2008, pp. 775–779.
- [10] F. Rashid-Farrokhi, A. Lozano, G. Foschini, and R. Valenzuela, "Spectral efficiency of wireless

در شکل (۵) ظرفیت کانال LoS خالص در یک سیستم  $3 \times 3$  MIMO را در نقاط مختلف صفحه ی  $x-y$  نشان داده ایم. فرستنده در نقطه  $(0,0)$  قرار دارد. همانطور که انتظار می رفت و قضیه ۲ نیز بیان می دارد، با نزدیک شدن به مکان فرستنده، ظرفیت از یک روند تناوبی پیروی می نماید. می توان گفت که با به کارگیری روش طراحی بهینه ای که در این مقاله ارائه شد، ظرفیت در بیشتر نقاط صفحه، به مقدار بیشینه ی خود بسیار نزدیک است.

### ۶. نتیجه گیری

در این مقاله عملکرد یک سیستم MIMO را که برای مخابره ی بین خودرو و ایستگاه کنار جاده ای در یک شبکه ی حسگر ترابری به کار می رود، در شرایطی که کانال دارای مولفه ی LoS باشد، را بررسی نمودیم. نشان دادیم که با طراحی مناسب محل قرار گرفتن آنتن ها در یک آرایه ی یکنواخت خطی، می توان ظرفیت را در نقاط زیادی از مسیر حرکت خودرو بیشینه نمود. اثبات کردیم که طراحی بهینه ی سیستم، زمانی تحقق می یابد که آرایه های فرستنده و گیرنده به موازات یکدیگر و در راستای عمود بر

<sup>1</sup> Vehicular Sensor Networks

<sup>2</sup> Road Surface Monitoring

<sup>3</sup> Road Side Unit(RSU)

<sup>4</sup> Uniform Linear Array

<sup>5</sup> Fixed Wireless Access

<sup>6</sup> Frequency Flat Slow Fade

<sup>7</sup>  $d_t, d_r, \theta_t, \theta_r, \phi_r$

<sup>8</sup> Pure LoS Channel

<sup>9</sup> Antenna Separation Product

<sup>10</sup> توجه داریم که به طور ضمنی مشخص است که همواره  $R_0 \geq d$

<sup>11</sup> توجه کنید که در تمام روابط فوق، تنها قدر مطلق  $G$  مدنظر است و علامت آن، در صورت و مخرج رابطه ی (۱۲) ساده می شود.

<sup>12</sup> به طور معادل می توان به جای مجموعه ی نقاط، از مجموعه ی زمانها

استفاده کرد، مثلا  $S_{max}$  را به شکل مقابل تعریف نمود:  $\{t | C(t) = C_{max}\}$

<sup>13</sup> Cardinality

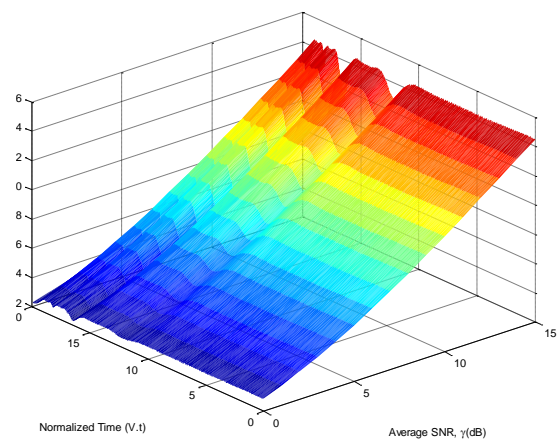
<sup>14</sup> ماکسیمم موضعی، مینیمم موضعی یا نقطه ی زینی

<sup>15</sup> Realization

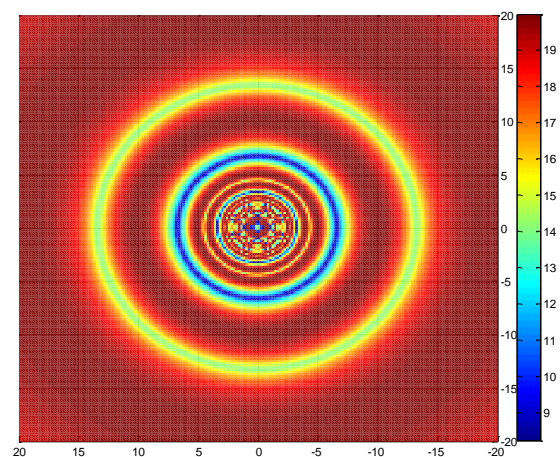
systems with multiple transmit and receive antennas,” in *Proc. International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, vol. 1, Sept. 2000, pp. 373–377.

[11] George B. Thomas, Ross L. Finney, *Calculus and Analytical Geometry*, Addison-Wesley, 1988  
George B. Thomas, Ross L. Finney, *Calculus and Analytical Geometry*, Addison-Wesley, 1988

[12] F. Bohagen, P. Orten, and G. E. Oien, “Design of Optimal High-Rank Line-of-Sight MIMO Channels,” *IEEE Transactions on wireless Communications*, vol 6, no. 4, pp, 1420-1425, April 2007



شکل (۴) ظرفیت *Ergodic* برای سیستم  $5 \times 3$  MIMO به ازای  $K = 5$  dB به صورت تابعی از زمان نرمالیزه شده



شکل (۵) ظرفیت سیستم  $3 \times 3$  MIMO در نقاط مختلف

صفحه ی  $x-y$ . فرستنده در نقطه ی  $(0,0)$  قرار دارد.  $SNR =$

$$K = + 20 \text{ dB}$$