

الگوریتم جدید بهینه‌سازی سیستم صفحات شیب‌دار

محمد حامد مظفری^۱، حامد عبدی^۲ و سید حمید ظهیری^۳

^۱دانشگاه بیرجند، دانشکده برق و کامپیوتر، بیرجند، hamed.mozaffari2@yahoo.com

^۲دانشگاه بیرجند، دانشکده برق و کامپیوتر، بیرجند، hamed.abdy@gmail.com

^۳دانشگاه بیرجند، دانشکده برق و کامپیوتر، بیرجند، shzahiri@yahoo.com

چکیده

در چند دهه اخیر الگوریتم‌های هوشمند یا ابتکاری در بسیاری از زمینه‌های علوم مهندسی و علمی به کار رفته است. بسیاری از این روش‌ها بر گرفته از پدیده‌های طبیعی مانند رفتار بیولوژیکی بدن هستند و یا با استفاده از اصول و قوانین مربوط به علم فیزیک طراحی شده‌اند. در این مقاله یک روش ابتکاری جدید بر مبنای دینامیک حرکت اجسام بر روی صفحات شیب‌دار بدون اصطکاک، مطرح خواهد شد. در الگوریتم مطرح شده مجموعه‌ای از اجسام با همکاری یکدیگر بر اساس قانون دوم نیوتن و معادلات حرکت به سمت بهترین جواب مساله حرکت می‌کنند. عملکرد الگوریتم ارائه شده، با عملکرد دیگر الگوریتم‌های متداول، بر روی ۲۳ تابع محک استاندارد، مقایسه شده که کارایی و اثربخشی آن در اغلب موارد نشان داده شده است.

کلید واژه‌ها: الگوریتم‌های ابتکاری، بهینه‌سازی سیستم صفحات شیب‌دار، بهینه‌سازی، هوش جمعی.

داده کاوی^۴ [۲۲]، شیمی فیزیک^۵ [۲]، الکترونیک [۱]

و دیگر زمینه‌های مرتبط، به خوبی نشان دادند.

پیدا کردن یک مدل ریاضی، برای فرآیند جستجوی روش‌های ابتکاری، کاری بسیار سخت و حتی نشدنی است [۲۲]. بنابراین، به این نوع از الگوریتم‌ها، الگوریتم‌های بهینه‌سازی "جعبه سیاه"^۶ نیز می‌گویند [۱۹]. روش‌های بهینه‌سازی بسیاری تاکنون ساخته و ارائه شده است [۳، ۵، ۷، ۸، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۵]، اما در حالت کلی، یک روش بسیار کارآمد که بتواند تمام مسائل بهینه‌سازی را به درستی حل نماید وجود ندارد و در هر نوع از این مسائل الگوریتمی خاص، نتیجه بهتری نسبت به دیگری دارد. این موضوع محققان را برای طراحی و بیان روش‌های جدید بهینه‌سازی تشویق می‌کند و کماکان

۱. مقدمه

با پیشرفت روزافزون علم، حل مسائل پیچیده بهینه‌سازی، تلاش محققان را بسیار به خود جلب کرده است. یکی از مشکلات موجود در حل چنین مسائلی، رشد نمایی فضای جستجوی مسئله با افزایش تعداد ابعاد آن است. این امر سبب شده تا روش‌های کلاسیک، در حل این گونه مسائل بهینه‌سازی ناتوان عمل کنند. لذا در چند دهه اخیر الگوریتم‌های جدیدی که الگوریتم‌های ابتکاری^۱ نام دارند به وجود آمدند تا پاسخ این مسائل را در معقول‌ترین زمان و هزینه ممکن به دست آورند [۳، ۷، ۱۱، ۱۲]. الگوریتم‌های ابتکاری قابلیت بالای خود را در بسیاری از زمینه‌های علم همچون حمل و نقل^۲ [۶]، بیوانفورماتیک^۳ [۱۴]،

الگوریتم‌های هوشمند از موضوعات علمی نوپا به شمار می‌آید.

در این مقاله یک الگوریتم بهینه‌سازی جدید به نام الگوریتم بهینه‌سازی سیستم صفحات شبیدار^۷ بر پایه دینامیک حرکت توپ‌های کوچک بر روی صفحات شبیدار بیان شده است.

پیکربندی این مقاله به این صورت است که در فصل ۲ مختصری در مورد روش‌های قدیمی بهینه‌سازی توضیح داده خواهد شد. در فصل ۳ جزئیات روش ارائه شده بیان گشته است. نتایج آزمایشات بر روی ۲۳ تابع محک استاندارد و معروف و مقایسه دیگر الگوریتم‌ها با الگوریتم جدید در فصل ۴ ارائه گردیده است. نهایتاً نتیجه‌گیری و کارهای آینده در فصل ۵، پایان‌بخش مقاله خواهد بود.

۲. مختصری در مورد الگوریتم‌های هوشمند

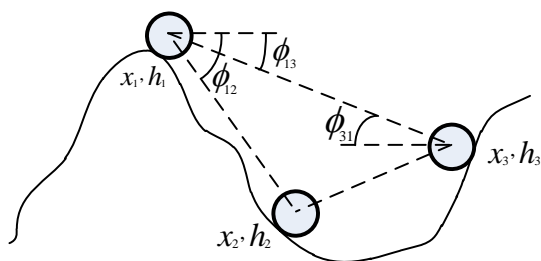
یک الگوریتم هوشمند راهی است برای یافتن یک جواب مناسب برای یک مسئله بهینه‌سازی که در سریعترین زمان ممکن، با داشتن کمترین اطلاعات در مورد جزئیات آن، صورت می‌پذیرد [۱۰]. در یونان باستان کلمه "ابتکاری"^۸ به معنای "دانستن"^۹، "کشف کردن"^{۱۰}، "پیدا کردن"^{۱۱} یا "راهنمای یک تحقیق"^{۱۲} می‌باشد [۱۸]. در یک تعریف کاملتر، روش ابتکاری یک استراتژی است که قسمتی از اطلاعات را به منظور گرفتن سریع تصمیم، با حداکثر صرفه‌جویی در زمان و با بیشترین دقت، نسبت به روش‌های پیچیده نادیده می‌گیرد [۹]. الگوریتم‌های ابتکاری معمولاً الهام گرفته از فرآیندهای بیولوژیکی یا اصول و نظریات علم فیزیک می‌باشند. در یک دهه اخیر تعداد بیشماری از این نوع الگوریتم‌ها ارائه شده‌اند. معروفترین و پر استفاده‌ترین این روش‌ها، الگوریتم ژنتیک^{۱۳}، شبیه‌سازی گداخت فلزات^{۱۴}، جستجوی هارمونیک^{۱۵}، سیستم ایمنی مصنوعی^{۱۶}، بهینه‌سازی کلونی مورچه^{۱۷} و بهینه‌سازی گروه ذرات^{۱۸} است. الگوریتم ژنتیک برگرفته از قانون ژنتیک و تناسخ

بر مبنای تئوری تکامل داروین^{۱۹} می‌باشد [۱۷]. شبیه‌سازی گداخت فلزات، از روی فرآیند سرد شدن فلزات در هنگام عمل فلزکاری طراحی شده است [۱۳]. جستجوی هارمونیک، یک الگوریتم است که با تقلید از روند بهبود ملودی در هنگام نوشتن موسیقی توسط نویسنده آهنگ ساخته شده است [۸]. سیستم ایمنی مصنوعی، الهام گرفته شده از رفتار سیستم بیولوژیکی بدن انسان است [۵]. روش بهینه‌سازی کلونی مورچه، رفتار مورچگان را در هنگام جستجو برای غذا شبیه‌سازی کرده است [۳] و الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات، برگرفته از رفتار اجتماعی گروه پرندگان در هنگام کوچ می‌باشد [۱۲].

تمامی الگوریتم‌های بیان شده در بالا در ساختار عملکرد خود از یک خاصیت آماری و پدیده‌های تصادفی^{۲۰} همان‌طور که در طبیعت نیز وجود دارد استفاده می‌کنند. در بعضی دیگر از الگوریتم‌های بهینه‌سازی همچون الگوریتم بهینه‌سازی نیروی مرکزی^{۲۱} که استعاره‌ای از قانون جهانی گرانش می‌باشد، از این پدیده‌های تصادفی استفاده نشده و اصطلاحاً الگوریتم‌هایی از این نوع، دارای خاصیت قطعیت^{۲۲} می‌باشد [۷، ۱۵].

روش‌های مبتنی بر جمعیت^{۲۳} الهام گرفته از تعاملات اجتماعی میان اعضای یک اجتماع است. برای مثال الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات همکاری بین اجتماع گروه پرندگان را شبیه‌سازی کرده است. در این رویه هر ذره تلاش می‌کند تا به کمک تجربیات گذشته خود و راهنمایی ذرات همسایه نزدیک به خودش به سمت بهترین موقعیت در فضای جستجو حرکت کند [۱۶]. اشتراک اطلاعات بین ذرات در الگوریتم‌های مبتنی بر جمعیت یک سیاست جمعی است که هر عضو اجتماع با در اختیار قرار دادن اطلاعات خود به دیگر اعضا، راه را برای رسیدن کل جامعه به هدف (بهینه‌ترین موقعیت^{۲۴}) هموار می‌سازد. این همکاری بین ذرات، هوش جمعی^{۲۵} نامیده می‌شود که این همکاری تاثیر قابل توجهی بر روی عملکرد

بر اساس تابع برازندگی به دست می‌آید. این مقادیر ارتفاع، در واقع تخمینی هستند برای انرژی پتانسیل توپ‌ها که در ارتفاعات مختلفی قرار دارند و با پایین آمدن آنها، این انرژی به انرژی جنبشی تبدیل شده و سبب باعث شتاب گرفتن توپ‌ها به سمت پایین می‌شود. در واقع توپ‌ها تمایل دارند تا انرژی پتانسیل خود را برای رسیدن به نقطه مینیمم از دست بدهند. لذا توپ‌ها به صورت مکرر بر روی فضای جستجو برای یافتن پاسخ بهتر حرکت کرده و به تناسب شتابی را به خود اختصاص می‌دهند. (شکل ۱)



شکل ۱: یک مثال از فضای جستجو با سه توپ و تخمینی از صفحه شیبدار

هر توپ در فضای جستجو دارای سه مختصات می‌باشد: موقعیت، ارتفاع و زاویه‌هایی که با دیگر توپ‌ها می‌سازد. موقعیت هر توپ یک جواب شدن در فضای جستجو و ارتفاع آن به وسیله تابع برازندگی^{۳۲} به دست می‌آید. برای داشتن تخمینی از صفحه شیبدار که توپ‌ها بر روی آن قرار دارند از خطوطی مستقیم استفاده شده که مراکز توپ‌ها را به هم وصل می‌کنند. این خطوط با خط راست افقی عبوری از مرکز توپ، زاویه‌ای را تشکیل می‌دهد که به وسیله آن جهت و میزان شتاب اختصاص یافته به هر توپ تعیین می‌شود. سیستمی با N توپ را در نظر بگیرید. موقعیت توپ i ام به وسیله فرمول زیر تعریف می‌گردد:

$$\bar{x}_i = (x_i^1, \dots, x_i^d, \dots, x_i^n), \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

و

الگوریتم‌های بهینه‌سازی دارد [۳].

اگرچه الگوریتم‌های ابتکاری زیادی معرفی شده، بهبود یافته و در بسیاری از زمینه‌های علوم مختلف، توسط محققان به کار گرفته شده‌اند، اما هنوز الگوریتمی برای ارائه پاسخی قانع‌کننده به منظور بهینه‌سازی تمامی مسائل مهندسی و دیگر شاخه‌های علم معرفی نشده است. لذا این مقاله تحقیقی است بر روی یک الگوریتم جدید ابتکاری تا به کمک آن بتوان بر مشکلات روش‌های قبلی فائق آمد. در فصل بعدی روش جدید با جزئیات، توضیح داده شده است.

۳. الگوریتم بهینه‌سازی سیستم صفحات شیبدار (IPO)

در این فصل الگوریتم جدید ارائه شده با جزئیات توضیح داده خواهد شد. فصل شامل دو زیر فصل است: در ابتدا مفاهیم پایه و توضیحات مهم در مورد مسئله مینیمم‌سازی ارائه شده و سپس دو مدل کلی الگوریتم، در دو نسخه جستجوی محلی^{۲۶} و جستجوی سراسری^{۲۷} به منظور بیان مناسب مفهوم مصالحه بین دو اصطلاح استخراج^{۲۸} و اکتشاف^{۲۹} معرفی خواهد شد.

۳.۱. اصول الگوریتم بهینه‌سازی سیستم صفحات شیبدار

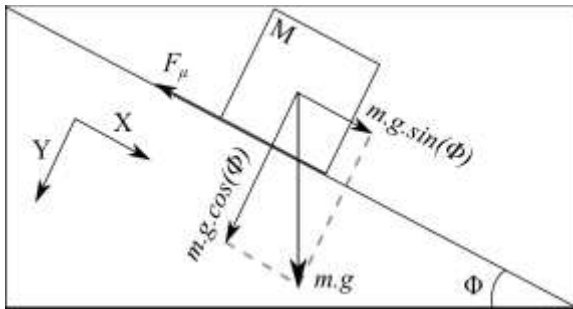
روش الگوریتم بهینه‌سازی سیستم صفحات شیبدار که در ادامه آن را به اختصار IPO می‌نامیم، الهام گرفته از نحوه حرکت دینامیکی اجسام کروی بر روی سطح شیبدار بدون اصطکاک است که همگی تمایل دارند تا به پایین‌ترین نقطه سطح برسند. در IPO تعدادی توپ کوچک فضای جستجو را برای یافتن نقطه بهینه (در اینجا مینیمم) جستجو می‌کنند. این توپ‌های کوچک در IPO عوامل^{۳۰} الگوریتم هستند (مانند ذرات^{۳۱} در الگوریتم گروه ذرات (PSO) و یا مورچه‌ها در الگوریتم کلونی مورچه‌ها (ACO)). ایده اصلی الگوریتم IPO نسبت دادن ارتفاع نسبت به یک نقطه مرجع به هر توپ است که میزان این ارتفاع

از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$a_i^d(t) = \sum_{j=1}^N U(f_j(t) - f_i(t)) \cdot \sin(\phi_{ij}^d(t)) \quad (6)$$

که در آن $U(\cdot)$ تابع پله واحد می‌باشد:

$$U(w) = \begin{cases} 1 & w > 0 \\ 0 & w \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$



شکل ۲: نیروهای اعمالی به یک سیستم شامل جرم M بر روی سطح شیبدار با زاویه ϕ

در معادله ۶، ثابت g برای کاهش حجم محاسبات از معادلات حذف شده است. IPO از معادله حرکت با شتاب ثابت برای به روز رسانی موقعیت توپ‌ها استفاده می‌کند:

$$x_i^d(t+1) = k_1 \cdot rand_1 \cdot a_i^d(t) \cdot \Delta t^2 + k_2 \cdot rand_2 \cdot v_i^d(t) \cdot \Delta t + x_i^d(t) \quad (8)$$

به طوری که $rand_1$ و $rand_2$ دو ثابت تصادفی هستند که به صورت یکنواخت در بازه $[0, 1]$ توزیع شده‌اند تا به الگوریتم IPO خاصیت تصادفی داده شود. $v_i^d(t)$ سرعت توپ i ام است، در بُعد d ام و در زمان t ام می‌باشد. برای کنترل فرآیند جستجوی الگوریتم از دو ثابت مهم k_1 و k_2 استفاده شده است. این دو ثابت، تابعی از زمان (تکرار الگوریتم) هستند: با گذشت زمان k_1 باید از مقدار اولیه خود، کاهش یابد و k_2 باید افزایش یابد. این دو ثابت باعث ایجاد یک مصالحه بین دو مفهوم استخراج و اکتشاف در الگوریتم می‌شوند. توصیفات اضافی در مورد این دو ثابت در زیر فصل بعدی ارائه شده است. $v_i^d(t)$ به صورت زیر

$$x_j^{\min} \leq x_j \leq x_j^{\max}, \quad 1 \leq j \leq n \quad (2)$$

به طوری که، x_i^d موقعیت توپ i ام در بُعد d ام در فضای n بعدی است. هدف پیدا کردن موقعیت $f(\bar{x})$ مینیمم تابع هدف می‌باشد که بر روی فضای جستجو تعریف شده است. در یک زمان مشخص مانند t ، زاویه بین توپ i ام و توپ j ام در بُعد d ، یعنی ϕ_{ij}^d به صورت زیر حساب می‌گردد:

$$\phi_{ij}^d(t) = \left(\tan^{-1} \left(\frac{f_j(t) - f_i(t)}{x_i^d(t) - x_j^d(t)} \right) \right) \quad (3)$$

for $d = 1, \dots, n$ and $i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j$

به گونه‌ای که، $f_i(t)$ مقدار تابع هدف (ارتفاع) برای توپ i ام در زمان t است. برای کاهش پیچیدگی محاسبات در IPO شتاب هر توپ در هر بُعد، به صورت جدا از دیگر ابعاد محاسبه می‌شود. بر طبق تجربیات به دست آمده از آزمایشات، محاسبه شتاب به این شکل برای هر بُعد به صورت جداگانه سبب رسیدن به پاسخ‌های بهتر نیز می‌شود. به دلیل اینکه یک توپ مشخص باید به سمت پایین‌ترین ارتفاع بر روی صفحه شیبدار، حرکت کند، برای محاسبه شتاب آن، تنها توپ‌هایی که در ارتفاع (برازندگی) پایین‌تر قرار دارند، در محاسبات شتاب، به کار گرفته می‌شوند.

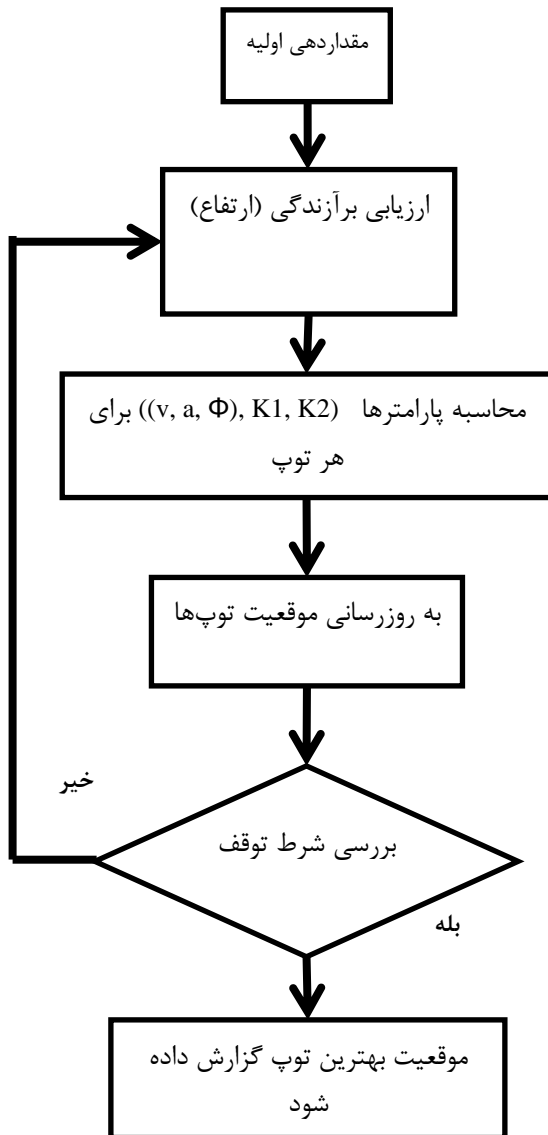
شتاب‌های حاصله از صفحات شیبدار مختلف با یکدیگر جمع شده تا شتاب کل اعمالی به هر توپ محاسبه گردد. بر طبق قانون دوم نیوتن فهمیده می‌شود که:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (4)$$

با توجه به شکل ۲ شتاب اعمالی از طرف سطح شیبدار به توپ از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$a = g \cdot \sin(\phi) \quad (5)$$

به طوری که، g ثابت شتاب گرانشی زمین و ϕ زاویه ایجاد شده بین سطح شیبدار با سطح افقی است. در الگوریتم ارائه شده IPO، مقدار و جهت شتاب برای توپ i ام در زمان (تکرار t ام در بُعد d ام



شکل ۳: فلوچارت مربوط به الگوریتم IPO

۳.۲. اکتشاف^{۳۴} و استخراج^{۳۵} در الگوریتم IPO

مفهوم اکتشاف و استخراج دو مفهوم اساسی برای الگوریتم‌های ابتکاری است که به آنها این امکان را می‌دهد تا بتوانند فضای جستجو را با بالاترین بازده ممکن و بدون گرفتار شدن در بهینه‌های محلی، برای یافتن پاسخ مسئله بگردند. مفهوم اکتشاف به الگوریتم این قدرت را می‌دهد که بتواند کل فضای جستجو را با یافتن مکان‌های جدید جستجو کند (مانند عملگر جهش^{۳۴} در الگوریتم ژنتیک)، در حالی که مفهوم استخراج سبب شده تا الگوریتم بتواند مکان‌های بهینه را به صورت محلی و متمرکز برای یافتن بهترین نقاط

محاسبه می‌گردد:

$$v_i^d(t) = \frac{x_{best}^d(t) - x_i^d(t)}{\Delta t} \quad (9)$$

که در آن x_{best} توپ با کمترین ارتفاع (برازندگی) در کل تکرارها تا تکرار فعلی است. در واقع معادلات ۸ و ۹ از فرمولهای دینامیک حرکت با شتاب ثابت در فیزیک کلاسیک برگرفته شده‌اند:

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \bar{a} \cdot t^2 + \bar{v}_0 \cdot t + \bar{x}_0 \quad (10)$$

و

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} \quad (11)$$

در محاسبه سرعت در معادله ۹، در صورت کسر از مقدار x_{best} استفاده شده است. این تغییر به این دلیل انجام شده است تا میل به رسیدن توپ، به بهترین مکان مجموعه توپها در هر تکرار را بتوان مدل‌سازی کرد.

شبه کد الگوریتم IPO در جدول ۱ و فلوچارت مربوط به آن در شکل شماره ۳ نشان داده شده است.

جدول ۱: شبه‌کد برای الگوریتم بهینه‌سازی IPO

تولید جمعیت اولیه به صورت تصادفی، مقادیر پارامترهای اولیه $k1$ و $k2$ و دیگر پارامترها
تکرار
ارزیابی برازندگی (ارتفاع) هر توپ
محاسبه زاویه، شتاب و سرعت هر توپ (فرمول‌های ۳، ۶ و ۹)
به روز رسانی موقعیت هر توپ (فرمول ۸)
محاسبه و تعیین مقدار $k1$ و $k2$
بازگرداندن توپ‌هایی که از بازه فضای جستجو خارج شده‌اند به داخل فضای جستجو
پایان در صورت مشاهده شرط توقف

... آن توپ، بر طبق ویژگی توپ‌های موجود در همسایگی محاسبه می‌شوند. این روند سبب شده تا برای هر توپ جستجو به صورت محلی و در کل برای همه مجموعه، جستجو به صورت سراسری انجام پذیرد.

۴. آزمایشات و نتایج مقایسه‌ای

به منظور نشان دادن قدر و اثربخشی بالای الگوریتم IPO، الگوریتم فوق بر روی ۲۳ تابع بهینه‌سازی محک استاندارد اعمال شد [۲۱]. پیوست مقاله لیست کاملی از این توابع را در بر دارد. به منظور مقایسه، نتایج دو الگوریتم معروف دیگر نیز ارائه شده است: الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات (PSO) و الگوریتم ژنتیک (GA). در این فصل به بررسی نتایج حاصل از اعمال این سه الگوریتم بر روی توابع محک و همچنین مقایسه بین آنها از نظر هزینه محاسباتی، پرداخته خواهد شد.

۴.۱. پیکربندی مسئله

در این زیرفصل، بیان مسئله و پیکربندی نرم‌افزاری به کاررفته برای انجام آزمایشات بیان می‌شود. این امر بدین منظور است تا خواننده بتواند در صورت نیاز برای اثبات این نتایج، خود اقدام به انجام آزمایشات بپردازد.

برای اعمال سه الگوریتم انتخاب شده، برای آزمایش بر روی توابع محک، از نرم افزار MATLAB^{۴۱} [۲۰] استفاده شده است. مشخصات کامپیوتر مورد استفاده PC با 2GHz (two cores) CPU و 1GB حافظه RAM است که در همه موارد تعداد جمعیت ۵۰، تعداد بُعد ۳۰ (بجز توابعی که دارای ابعاد ثابت هستند) و تعداد تکرار الگوریتم ۱۰۰۰ بار تکرار برای توابع f_1 تا f_{13} و ۵۰۰ بار تکرار برای توابع f_{14} تا f_{23} است. اطلاعات بیشتر در مورد پیکربندی توابع محک (یعنی بازه فضای جستجو و دیگر موارد) در پیوست مقاله موجود است. تمام الگوریتم‌های به کار رفته، با جمعیت‌های تصادفی،

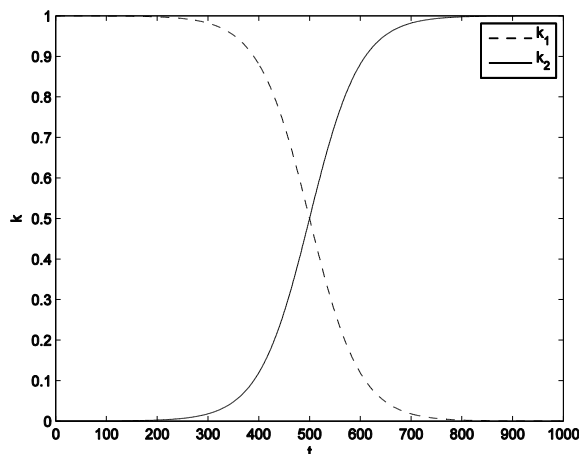
جستجو کند (مانند عملگر انتخاب^{۳۷} در الگوریتم ژنتیک). لذا برای رسیدن به یک جواب بهینه باید یک مصالحه^{۳۸} بین مفهوم اکتشاف و استخراج وجود داشته باشد.

معمولاً یکی از روش‌های مناسب برای برقراری این مصالحه، این است که، در اولین تکرارهای الگوریتم میزان تاثیر مفهوم اکتشاف بیشتر از استخراج باشد و با گذشت زمان از تاثیر مفهوم اکتشاف کاسته شده و به تاثیر استخراج در الگوریتم اضافه شود [۴، ۱۵].

در الگوریتم IPO توضیح داده شده تا اینجا، زاویه و شتاب هر توپ بر اساس موقعیت دیگر توپ‌ها در کل فضای جستجو محاسبه می‌گردد. این نسخه از الگوریتم IPO نسخه سراسری^{۳۹} نام دارد (مانند نسخه سراسری الگوریتم PSO). در این نسخه مصالحه بین دو مفهوم استخراج و اکتشاف به وسیله پارامترهای کنترلی k_1 و k_2 مدلسازی شده است. بر طبق معادله ۸، واضح است که مقادیر بالای k_1 و مقادیر کم k_2 ، سبب شده تا مقدار شتاب زیاد شود، این امر سبب می‌شود تا حرکت‌پذیری توپ‌ها بهتر شود، بدین معنا که جستجوی کلی یا اکتشاف با مقادیر زیاد k_1 و مقادیر کم k_2 صورت می‌گیرد. از سوی دیگر، اگر مقادیر k_1 و k_2 به ترتیب کوچک و بزرگ باشند مفهوم استخراج تاثیر بیشتری خواهد داشت چرا که در این حالت حرکت‌پذیری توپ‌ها کم بوده و جستجو بیشتر به صورت محلی انجام می‌شود.

در فصل بعد تنظیمات مناسب برای داشتن مقادیر مناسب k_1 و k_2 که بتوانند مصالحه گفته شده در بالا را برای الگوریتم IPO سراسری برقرار کنند، معرفی خواهد شد.

یکی دیگر از راه‌های برقراری یک مصالحه مناسب بین دو مفهوم اکتشاف و استخراج، استفاده از نسخه دیگری از IPO است که، IPO محلی^{۴۰} نام دارد (مانند نسخه محلی الگوریتم PSO). در نسخه محلی IPO، برای هر توپ یک همسایگی در نظر گرفته می‌شود و تمامی محاسبات مربوط به شتاب و زاویه و



شکل ۴: توابع کنترلی k_1 و k_2 به کار رفته در الگوریتم IPO در اینجا $c_1=c_2=1$ ، $shift_1=shift_2=500$ و $scale_1=scale_2=0.02$

۴.۲. توابع یک حالتی (Unimodal Functions)

توابع f_1 تا f_7 ، از نوع توابع یک حالتی می‌باشند. در حالی که این توابع برای بررسی عملکرد الگوریتم‌های بهینه‌سازی ساخته شده‌اند، اما در اینجا به منظور بررسی میزان عملکرد الگوریتم از نظر نرخ همگرایی^{۴۳} مورد استفاده قرار گرفته‌اند. میانگین نتایج به دست آمده از الگوریتم‌های GA، PSO و IPO طی ۳۰ بار اجرای برنامه آنها در جدول ۲ نشان داده شده است. در نمودارهای این بخش چهار نوع از نتایج، گزارش شده است:

۱- میانگین بهترین برازندگی‌ها^{۴۴}: نشان‌دهنده میانگین بهترین برازندگی نهایی تابع، پس از ۳۰ بار اجرای برنامه الگوریتم است.

۲- میانه بهترین برازندگی‌ها^{۴۵}: نشان‌دهنده میانه بهترین برازندگی نهایی تابع، پس از ۳۰ بار اجرای برنامه الگوریتم است.

۳- میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها^{۴۶}: نشان‌دهنده میانگین گرفته شده از نتیجه ۳۰ بار اجرای برنامه الگوریتم که هر نتیجه خود میانگین برازندگی‌های تابع در تکرار آخر الگوریتم است.

۴- بهترین برازندگی کلی^{۴۷}: نشان‌دهنده بهترین

مقداردهی اولیه شده‌اند. برای هر الگوریتم به صورت جداگانه ۳۰ مرتبه الگوریتم اجرا شده و میانگین این ۳۰ بار تکرار گزارش شده است.

الگوریتم ژنتیک به کار رفته در این مقاله، جعبه ابزار الگوریتم ژنتیک (GA) نرم افزار MATLAB می‌باشد که مقادیر پارامترهای آن بجز تعداد تکرار^{۴۲}، تعداد جمعیت و بازه فضای جستجو، مقادیر پیش فرض خود جعبه ابزار الگوریتم ژنتیک هستند. جمعیت اولیه مورد استفاده در GA توسط یک تابع خارجی به دست می‌آید که برای دو الگوریتم دیگر PSO و IPO هم برای شباهت هرچه بیشتر، از همان تابع برای تولید جمعیت اولیه استفاده شده است. تنظیمات الگوریتم PSO به این صورت می‌باشد: $c_1 = c_2 = 2$ ، وزن اولیه (w) از مقدار ۰٫۹ به مقدار ۰٫۲ در طی اجرای الگوریتم تغییر می‌کند و بازه تغییرات سرعت ذرات، ۰٫۲ فاصله بین بازه خود تابع محک مورد آزمایش است یعنی:

$$\bar{v}_{\max} = 0.2 \times (\bar{x}_{\max} - \bar{x}_{\min}) = -\bar{v}_{\min} \quad (12)$$

که در این رابطه، \bar{v}_{\max} و \bar{v}_{\min} به ترتیب بردارهای ماکزیمم و مینیمم سرعت و \bar{x}_{\max} و \bar{x}_{\min} ماکزیمم و مینیمم بردار تابع محک هستند. بر طبق فصل ۲،۳ پارامترهای کنترلی الگوریتم IPO به صورت تابعی از زمان (t) از روابط زیر تعیین می‌شوند:

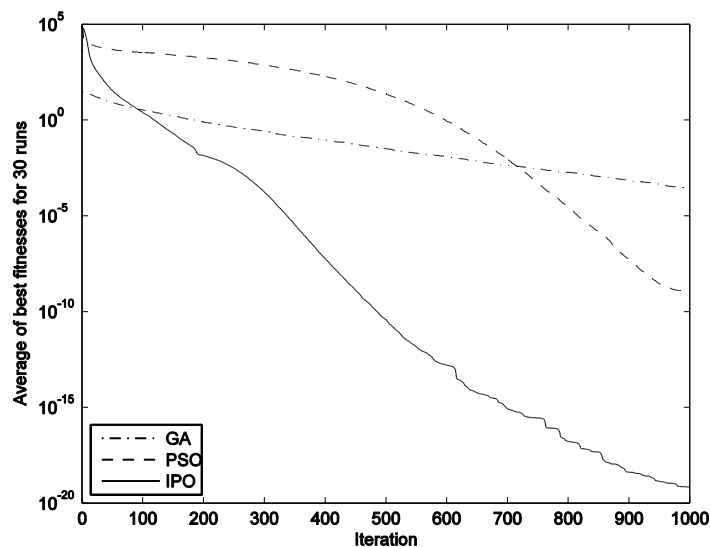
$$k_1(t) = \frac{c_1}{1 + \exp((t - shift_1) \times scale_1)} \quad (13)$$

$$k_2(t) = \frac{c_2}{1 + \exp((t - shift_2) \times scale_2)} \quad (14)$$

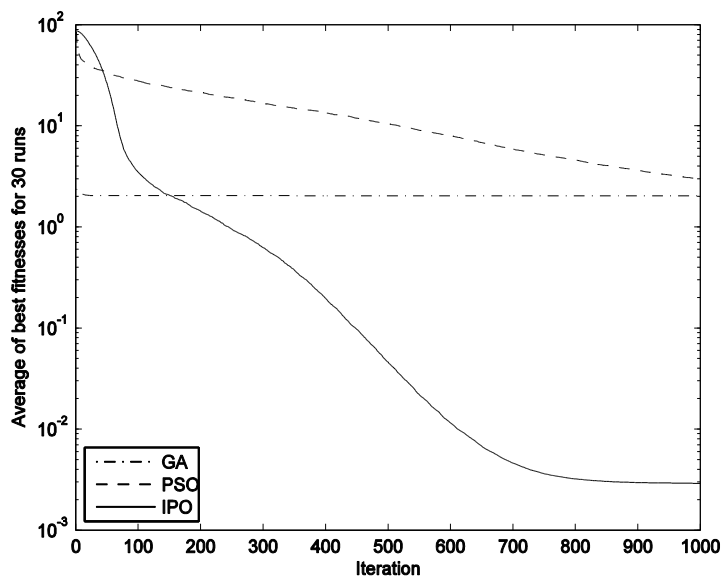
به طوری که c_1 ، c_2 ، $shift_1$ ، $shift_2$ ، $scale_1$ و $scale_2$ ثوابتی هستند که برای هر تابع به صورت تجربی به دست می‌آیند. شکل ۴ مثالی از دیاگرام توابع $k_1(t)$ و $k_2(t)$ را برای ۱۰۰۰ بار تکرار الگوریتم نشان می‌دهد. PSO، IPO و GA بر روی سه گروه از توابع آزمایش شده‌اند که در بخش بعدی به توضیح بیشتر در مورد آنها پرداخته خواهد شد.

جستجو بر حسب تکرار الگوریتم شکل فرآیند رسیدن به پاسخ در شکل های ۵، ۶ و ۷ آورده شده است. این اشکال، فرآیند بهینه سازی توابع f_1 ، f_4 و f_7 را برای هر سه الگوریتم نشان می دهند. نتایج نشان دهنده این است که IPO نسبت به الگوریتم های GA و PSO دارای قدرت همگرایی بیشتری است.

برازندگی در کل ۳۰ بار اجرای برنامه الگوریتم است. جدول شماره ۲ نشان می دهد که الگوریتم IPO در برخورد با توابع تک حالت، نسبت به الگوریتم های GA و PSO از نظر آماری، عملکردی بسیار بهتری داشته، مگر در تابع f_5 که نتایج دو الگوریتم دیگر در آن تابع بهتر است. برای داشتن مقایسه ای از فضای



شکل ۵: عملکرد الگوریتم های GA، PSO و IPO بر روی تابع f_1



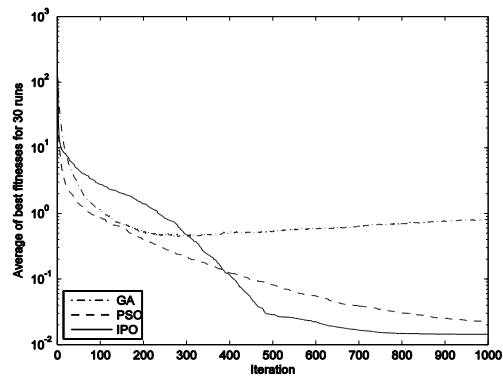
شکل ۶: عملکرد الگوریتم های GA، PSO و IPO بر روی تابع f_4

جدول ۲: نتایج مینیمم‌سازی ۳۰ بار اجرای الگوریتم‌ها بر روی توابع محک ۱ تا ۷، تعداد تکرار الگوریتم = ۱۰۰۰

تابع		GA	PSO	IPO
F1	میانگین بهترین برازندگی‌ها	468.94	3.72×10^{-10}	2.64×10^{-20}
	میانه بهترین برازندگی‌ها	235.03	8.32×10^{-11}	1.07×10^{-20}
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	493.35	1.57×10^{-9}	2.70×10^{-20}
	بهترین برازندگی کلی	2.12	2.06×10^{-12}	3.74×10^{-23}
F2	میانگین بهترین برازندگی‌ها	0.31	2.00	2.32×10^{-16}
	میانه بهترین برازندگی‌ها	0.21	5.02×10^{-6}	9.53×10^{-20}
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	0.32	2.00	2.32×10^{-16}
	بهترین برازندگی کلی	0.01	7.25×10^{-8}	4.62×10^{-20}
F3	میانگین بهترین برازندگی‌ها	1.50×10^4	348.77	1.25×10^{-4}
	میانه بهترین برازندگی‌ها	1.44×10^4	146.74	1.16×10^{-4}
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	1.55×10^4	6289.89	1.31×10^{-4}
	بهترین برازندگی کلی	0.74×10^4	38.00	3.57×10^{-5}
F4	میانگین بهترین برازندگی‌ها	63.33	2.73	2.99×10^{-3}
	میانه بهترین برازندگی‌ها	64.70	2.56	1.01×10^{-3}
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	63.33	11.03	3.00×10^{-3}
	بهترین برازندگی کلی	43.59	1.15	5.75×10^{-6}
F5	میانگین بهترین برازندگی‌ها	952.36	167.42	29.93
	میانه بهترین برازندگی‌ها	474.01	77.92	26.42
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	1705.11	3365.86	30.05
	بهترین برازندگی کلی	72.86	14.93	23.87
F6	میانگین بهترین برازندگی‌ها	5175.20	0	0
	میانه بهترین برازندگی‌ها	4774	0	0
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	5175.22	6.43	0.81
	بهترین برازندگی کلی	2134	0	0
F7	میانگین بهترین برازندگی‌ها	0.90	2.05×10^{-2}	1.27×10^{-2}
	میانه بهترین برازندگی‌ها	0.86	2.17×10^{-2}	1.14×10^{-2}
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	4.84	0.62	0.50
	بهترین برازندگی کلی	0.41	9.12×10^{-3}	4.71×10^{-3}

الگوریتم ارائه شده IPO، در مقایسه با الگوریتم‌های تکاملی^{۴۹} و هوش جمعی^{۵۰} قابل مقایسه و در اغلب موارد، بسیار برتر است.

شکل شماره ۷ فرآیند رسیدن جواب الگوریتم‌ها را در مواجه شدن با تابع f_{13} نشان می‌دهد و می‌توان همگرایی سریع و جهش از پاسخ‌های محلی را توسط الگوریتم IPO مشاهده کرد.

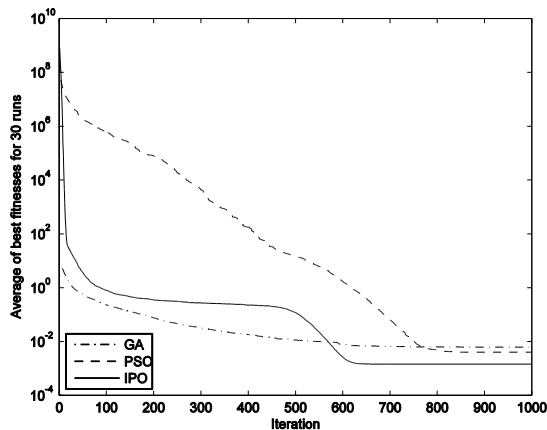


شکل ۷: عملکرد الگوریتم‌های GA، PSO و IPO بر روی تابع

f_7

۴.۳. توابع چندحالتی دارای تعداد زیاد پاسخ محلی^{۴۸}

در توابع چندحالتی یعنی توابع f_8 تا f_{13} ، تعداد پاسخ‌های محلی، با زیاد شدن ابعاد تابع، به صورت نمایی افزایش می‌یابد. بنابراین رسیدن به پاسخ مینیمم این نوع از توابع، به سختی امکان‌پذیر است. در این نوع از توابع رسیدن به جواب نهایی مهم بوده و مقدار آن چندان اهمیتی ندارد چرا که رسیدن به جواب نزدیک به پاسخ مسئله به معنای قدرت بالای الگوریتم در عبور از پاسخ‌های اشتباه محلی و به دام نیفتادن در آنها، می‌باشد. جدول ۳ نتایج حاصل از اعمال الگوریتم‌های GA، PSO و IPO بر روی توابع f_8 تا f_{13} که از میانگین ۳۰ بار اجرای برنامه آنها، حاصل شده را نشان می‌دهد. نحوه مقادیر جدول همانند جدول شماره ۲ است. از جدول ۳ با در نظر گرفتن، بهترین برازندگی کلی، می‌توان نتیجه گرفت که IPO بجز در تابع f_{10} نسبت به دیگر الگوریتم‌ها نتایج بهتری داشته است. همچنین در صورت در نظر گرفتن میانگین بهترین برازندگی‌ها برای مقایسه، IPO دارای نتایج بسیار مناسبتری در توابع f_8 ، f_9 و f_{13} است. اما اگر میان بهترین برازندگی‌ها مدنظر قرار داده شود، علاوه بر f_8 ، f_9 و f_{13} ، IPO دارای نتایج بهتری از GA و PSO در بهینه‌سازی توابع f_{11} و f_{12} می‌باشد. در کل می‌توان دریافت که عملکرد



شکل ۸: عملکرد الگوریتم‌های GA، PSO و IPO بر روی تابع

f_{13}

۴.۴. توابع چندحالتی دارای تعداد کم پاسخ محل^{۵۱}
توابع f_{14} تا f_{23} ، دارای تعداد کم ابعاد و پاسخ محلی هستند. جدول شماره ۴ نتایج حاصل از اعمال سه الگوریتم GA، PSO و IPO را بر روی این نوع از توابع محک نشان می‌دهد. از نظر نوع نتایج این جدول همانند جدول ۲ و ۳ می‌باشد. برای این نوع از توابع، پاسخ‌های به دست آمده از الگوریتم IPO همانند دو الگوریتم دیگر است. برای تعدادی از این توابع یعنی f_{21} ، f_{22} و f_{23} ، الگوریتم IPO نتایج بهتری را نسبت به دو الگوریتم GA و PSO دارد. شکل شماره ۹ عملکرد سه الگوریتم را در مینیمم‌سازی تابع f_{15} نشان می‌دهد. این شکل بیانگر این موضوع است که IPO در حل توابع چندحالتی که دارای تعداد کم پاسخ محل هستند، همگرایی بسیار بهتری نسبت به دو الگوریتم دیگر دارد.

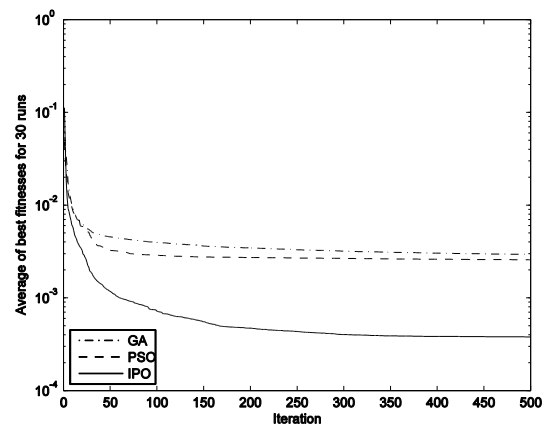
جدول ۵: نتایج مینیم سازی ۳۰ بار اجرای الگوریتم‌های محلی IPO و PSO بر روی برخی از توابع محک

<i>Lbest-PSO</i>	<i>Local-IPO</i>	تابع
9.01	1.08×10^{-20}	f_2
17.93	1.29×10^{-6}	f_4
-5812.85	-11498.59	f_8
158.2	6.11	f_9
0.9980	0.9980	f_{14}
6.48×10^{-4}	4.07×10^{-4}	f_{15}

۵. نتیجه‌گیری و کارهای آینده

رشد ابعاد مسائل علمی و عدم کارایی روش‌های سنتی در حل آنها، تلاش بسیاری از محققان را برای یافتن راهکاری جدید برای غلبه بر این مشکل، به خود جلب کرده است. در این مقاله یک الگوریتم هوشمند جدید، که الگوریتم بهینه‌سازی سیستم صفحات شیب‌دار (IPO) نام دارد معرفی شد. IPO بر مبنای دینامیک حرکت اجسام بر روی سطح صفحاتی شیب‌دار، بنا نهاده شده است. در روش ارائه شده، از قانون دوم نیوتن و تخمین صفحات شیب‌دار، برای اعمال شتاب به عواملی که در این الگوریتم توپ‌های کوچک هستند، برای رسیدن به بهترین مکان در فضای جستجو استفاده شده است.

به منظور نشان دادن قدرت و کارایی الگوریتم IPO، الگوریتم بر روی ۲۳ تابع محک استاندارد اعمال شد و عملکرد آن با عملکرد دو الگوریتم معروف GA و PSO مقایسه شد که نتایج حاصله از آن نشان داد که الگوریتم IPO کارایی بسیار موثری داشته و در اکثر موارد حتی از الگوریتم‌های دیگر پاسخ بسیار بهتر دارد. اگر چه IPO نشان داد که می‌تواند در حل مسائل بهینه‌سازی از نظر حجم محاسبات و میزان همگرایی، بسیار قدرتمند عمل کند، اما هنوز در اولین مراحل خود قرار دارد و با تحقیقات و آزمایشات بیشتر می‌توان به عملکردی به مراتب بالاتر نیز دست یافت. در این



شکل ۴: عملکرد الگوریتم‌های GA، PSO و IPO بر روی تابع f_{15}

۴،۵. نتایج مقایسه بین دو نسخه محلی الگوریتم‌های PSO و IPO

بر طبق مطالب گفته شده در زیر فصل ۲،۳، الگوریتم IPO دارای این قابلیت است که می‌تواند به وسیله نسخه محلی خود (local IPO) فضای جستجو را همزمان به دو صورت سراسری و محلی برای یافتن نقطه بهینه جستجو کند (همانند نسخه محلی PSO یعنی lbest-PSO). در الگوریتم local-IPO محاسبه زاویه و شتاب به وسیله توپ‌های موجود در یک همسایگی از پیش تعیین شده و بهترین توپ از نظر ارتفاع در همان همسایگی، صورت می‌گیرد. این ایده سبب شده تا جستجوی محلی به خوبی صورت پذیرد و به نتایج دقیقی دست یافت. نتایج مقایسه عملکرد دو الگوریتم local-best IPO و lbest-PSO در جدول شماره ۵، آورده شده است. در این جدول مقدار بهترین برازندگی کلی در ۳۰ بار اجرای برنامه دو الگوریتم فوق، بر روی ۲ نمونه از توابع اول از هر گروه از توابع محک بخش‌های قبل، نمایش داده

شده که نتایج نشان دهنده این موضوع است که الگوریتم محلی IPO در تمامی موارد عملکرد برتری، نسبت به الگوریتم محلی PSO دارد.

تصویر^{۵۳} و دیگر زمینه‌ها) انجام نشده و می‌تواند موضوع مهمی برای تحقیقات آینده باشد.

مقاله همگرایی الگوریتم IPO به صورت تئوری اثبات نشده و می‌تواند از کارهای انجام شده در آینده باشد. همچنین، عملکرد الگوریتم ارائه شده بر روی مسائل عملی و مهندسی (مانند تشخیص الگو^{۵۲}، پردازش

جدول ۳: نتایج مینیمم‌سازی ۳۰ بار اجرای الگوریتم‌ها بر روی توابع محک ۸ تا ۱۳، تعداد تکرار الگوریتم = ۱۰۰۰

تابع		GA	PSO	IPO
F8	میانگین بهترین برازندگی‌ها	-9406.14	-9102.19	-10403.51
	میانه بهترین برازندگی‌ها	-9308.37	-9056.66	-10431.22
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	-9402.77	-9102.18	-10403.51
	بهترین برازندگی کلی	-10979.96	-10180.97	-11496.56
F9	میانگین بهترین برازندگی‌ها	10.42	44.45	3.59
	میانه بهترین برازندگی‌ها	8.96	42.78	3.12
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	10.55	45.72	11.35
	بهترین برازندگی کلی	1.00	22.88	0.02
F10	میانگین بهترین برازندگی‌ها	5.86	6.16×10^{-6}	0.74
	میانه بهترین برازندگی‌ها	5.57	3.39×10^{-6}	0.42
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	5.89	8.98×10^{-6}	0.74
	بهترین برازندگی کلی	2.03	2.74×10^{-7}	8.70×10^{-8}
F11	میانگین بهترین برازندگی‌ها	63.85	9.93×10^{-5}	7.47×10^{-3}
	میانه بهترین برازندگی‌ها	67.24	7.40×10^{-3}	3.09×10^{-9}
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	64.07	1.23×10^{-2}	7.47×10^{-3}
	بهترین برازندگی کلی	20.61	2.28×10^{-11}	7.09×10^{-14}
F12	میانگین بهترین برازندگی‌ها	31.96	3.46×10^{-3}	6.22×10^{-2}
	میانه بهترین برازندگی‌ها	32.06	2.47×10^{-12}	4.12×10^{-14}
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	60.69	3.46×10^{-3}	6.23×10^{-2}
	بهترین برازندگی کلی	8.77	4.59×10^{-14}	5.45×10^{-15}
F13	میانگین بهترین برازندگی‌ها	8.31	3.66×10^{-3}	2.93×10^{-3}
	میانه بهترین برازندگی‌ها	4.59	1.11×10^{-9}	9.46×10^{-16}
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	19.44	102.53	2.93×10^{-3}
	بهترین برازندگی کلی	0.03	4.43×10^{-12}	2.97×10^{-17}

جدول ۴: نتایج مینیمم‌سازی ۳۰ بار اجرای الگوریتم‌ها بر روی توابع محک ۱۴ تا ۲۳، تعداد تکرار الگوریتم = ۱۰۰۰

تابع		GA	PSO	IPO
F14	میانگین بهترین برازندگی‌ها	4.12	0.9980	0.9980
	میانه بهترین برازندگی‌ها	1.99	0.9980	0.9980
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	4.12	0.9980	0.9980
	بهترین برازندگی کلی	0.9980	0.9980	0.9980
F15	میانگین بهترین برازندگی‌ها	2.44×10^{-3}	1.23×10^{-3}	4.33×10^{-4}
	میانه بهترین برازندگی‌ها	1.24×10^{-3}	5.01×10^{-4}	3.53×10^{-4}
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	20.79×10^{-3}	19.71	4.34×10^{-4}
	بهترین برازندگی کلی	6.47×10^{-4}	3.07×10^{-4}	3.07×10^{-4}
16	میانگین بهترین برازندگی‌ها	-1.0316	-1.0316	-1.0316
	میانه بهترین برازندگی‌ها	-1.0316	-1.0316	-1.0316
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	-1.0316	-0.9470	-1.0316
	بهترین برازندگی کلی	-1.0316	-1.0316	-1.0316
F17	میانگین بهترین برازندگی‌ها	0.3979	0.3979	0.3979
	میانه بهترین برازندگی‌ها	0.3979	0.3979	0.3979
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	0.3979	0.8000	0.3979
	بهترین برازندگی کلی	0.3979	0.3979	0.3979
F18	میانگین بهترین برازندگی‌ها	3.90	3.00	3.00
	میانه بهترین برازندگی‌ها	3.00	3.00	3.00
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	3.90	3.00	3.00
	بهترین برازندگی کلی	3.00	3.00	3.00
F19	میانگین بهترین برازندگی‌ها	-3.8628	-3.8628	-3.8628
	میانه بهترین برازندگی‌ها	-3.8628	-3.8628	-3.8628
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	-3.8628	-3.8628	-3.8628
	بهترین برازندگی کلی	-3.8628	-3.8628	-3.8628
F20	میانگین بهترین برازندگی‌ها	-3.2744	-3.2683	-3.2881
	میانه بهترین برازندگی‌ها	-3.3220	-3.3220	-3.3220
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	-3.2744	-3.2683	-3.2881
	بهترین برازندگی کلی	-3.3220	-3.3220	-3.3220
F21	میانگین بهترین برازندگی‌ها	-5.2121	-6.0637	-9.8164
	میانه بهترین برازندگی‌ها	-5.0552	-5.1008	-10.1532
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	-5.2121	-5.9120	-9.8164
	بهترین برازندگی کلی	-10.1532	-10.1532	-10.1532
F22	میانگین بهترین برازندگی‌ها	-6.8356	-8.1109	-10.0513
	میانه بهترین برازندگی‌ها	-7.7659	-10.4029	-10.4029
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	-6.8356	-7.9953	-10.0513
	بهترین برازندگی کلی	-10.4029	-10.4029	-10.4029
F23	میانگین بهترین برازندگی‌ها	-4.6898	-9.7793	-10.0254
	میانه بهترین برازندگی‌ها	-2.8711	-10.5364	-10.5364
	میانگین گرفته شده از میانگین برازندگی‌ها	-4.6898	-8.4290	-10.0254
	بهترین برازندگی کلی	-10.5364	-10.5364	-10.5364

Step Function

۶. پیوست:

$$f_6(x) = \sum_{i=1}^n (\lfloor x_i + 0.5 \rfloor)^2$$

$$-100 \leq x_i \leq 100$$

$$\min(f_6) = f_6(0, \dots, 0) = 0$$

Quartic Function with Noise

$$f_7(x) = \sum_{i=1}^n i \cdot x_i^4 + \text{random}[0, 1)$$

$$-1.28 \leq x_i \leq 1.28$$

$$\min(f_7) = f_7(0, \dots, 0) = 0$$

Generalized Schwefel's Problem 2.26

$$f_8(x) = - \sum_{i=1}^n \left(x_i \times \sin(\sqrt{|x_i|}) \right)$$

$$-500 \leq x_i \leq 500$$

$$n = 30 : \min(f_8) = f_8(420.9687, \dots, 420.9687) = -12569.5$$

Generalized Rastrigin's Function

$$f_9(x) = \sum_{i=1}^n \left[x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10 \right]$$

$$-5.12 \leq x_i \leq 5.12$$

$$\min(f_9) = f_9(0, \dots, 0) = 0$$

Ackley's Function

$$f_{10}(x) = -20 \exp \left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \right) - \exp \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i) \right) + 20 + e$$

$$-32 \leq x_i \leq 32$$

$$\min(f_{10}) = f_{10}(0, \dots, 0) = 0$$

Sphere Model

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

$$-100 \leq x_i \leq 100$$

$$\min(f_1) = f_1(0, \dots, 0) = 0$$

Schwefel's problem 2.22

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^n |x_i| + \prod_{i=1}^n |x_i|$$

$$-10 \leq x_i \leq 10$$

$$\min(f_2) = f_2(0, \dots, 0) = 0$$

Schwefel's problem 1.2

$$f_3(x) = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^i x_j \right)^2$$

$$-100 \leq x_i \leq 100$$

$$\min(f_3) = f_3(0, \dots, 0) = 0$$

Schwefel's problem 2.21

$$f_4(x) = \max_i \{ |x_i|, 1 \leq i \leq n \}$$

$$-100 \leq x_i \leq 100$$

$$\min(f_4) = f_4(0, \dots, 0) = 0$$

Generalized Rosenbrock's Function

$$f_5(x) = \sum_{i=1}^{n-1} \left[100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2 \right]$$

$$-30 \leq x_i \leq 30$$

$$\min(f_5) = f_5(1, \dots, 1) = 0$$

Kowalik's Function

$$f_{15}(x) = \sum_{i=1}^{11} \left[a_i - \frac{x_1(b_i^2 + b_i x_2)}{b_i^2 + b_i x_3 + x_4} \right]^2$$

$$-5 \leq x_i \leq 5$$

$$\min(f_{15}) \approx f_{15}(0.1928, 0.1908, 0.1231, 0.1358)$$

$$\approx 0.0003075$$

ضرایب در جدول پ. ۱ موجود است.

جدول پ. ۱: ضرایب مورد استفاده تابع Kowalik's Function

i	a_i	b_i
1	0.1957	1/0.25
2	0.1947	1/0.5
3	0.1735	1/1
4	0.1600	1/2
5	0.0844	1/4
6	0.0627	1/6
7	0.0456	1/8
8	0.0342	1/10
9	0.0323	1/12
10	0.0235	1/14
11	0.0246	1/16

Six-hump Camel-Back Function

$$f_{16}(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1 \times x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$$

$$-5 \leq x_i \leq 5$$

$$x_{\min} = (0.08983, -0.7126), (-0.08983, 0.7126)$$

$$\min(f_{16}) = -1.0316285$$

Branin Function

$$f_{17}(x) = \left(x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2} x_1^2 + \frac{5}{\pi} x_1 - 6 \right)^2 +$$

$$10 \left(1 - \frac{1}{8\pi} \right) \cos(x_1) + 10$$

$$-5 \leq x_1 \leq 10, \quad 0 \leq x_2 \leq 15$$

$$x_{\min} = (-3.142, 12.275), (3.142, 2.275), (9.425, 2.425)$$

$$\min(f_{17}) = 0.398$$

Generalized Griewank Function

$$f_{11}(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$$

$$-600 \leq x_i \leq 600$$

$$\min(f_{11}) = f_{11}(0, \dots, 0) = 0$$

Generalized Penalized Functions

$$f_{12}(x) = \frac{\pi}{n} \left\{ 10 \sin^2(\pi y_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - 1)^2 \left[1 + 10 \sin^2(\pi y_{i+1}) \right] \right\}$$

$$+ (y_n - 1)^2$$

$$+ \sum_{i=1}^n u(x_i, 10, 100, 4)$$

$$-50 \leq x_i \leq 50$$

$$\min(f_{12}) = f_{12}(1, \dots, 1) = 0$$

$$f_{13}(x) = 0.1 \left\{ \sin^2(3\pi x_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - 1)^2 \left[1 + \sin^2(3\pi x_{i+1}) \right] \right\} +$$

$$(x_n - 1)^2 \left[1 + \sin^2(2\pi x_n) \right]$$

$$+ \sum_{i=1}^n u(x_i, 5, 100, 4)$$

$$-50 \leq x_i \leq 50$$

$$\min(f_{13}) = f_{13}(1, \dots, 1) = 0$$

$$u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m & x_i > a \\ 0 & -a \leq x_i \leq a \\ k(-x_i - a)^m & x_i < -a \end{cases}$$

$$y_i = 1 + \frac{1}{4}(x_i + 1)$$

Shekel's Foxholes Function

$$f_{14}(x) = \left[\frac{1}{500} + \sum_{j=1}^{25} \frac{1}{j + \sum_{i=1}^2 (x_i - a_{ij})^6} \right]^{-1}$$

$$-65.536 \leq x_i \leq 65.536$$

$$\min(f_{14}) = f_{14}(-32, -32) \approx 1$$

$$(a_{ij}) = \begin{pmatrix} -32 & -16 & 0 & 16 & 32 & -32 & \dots & 0 & 16 & 32 \\ -32 & -32 & -32 & -32 & -32 & -16 & \dots & 32 & 32 & 32 \end{pmatrix}$$

جدول پ.۴: ضرایب مورد استفاده تابع Hartman's Family

i	$p_{ij}, j = 1, \dots, 6$					
1	0.1312	0.1696	0.5569	0.0124	0.8283	0.5886
2	0.2329	0.4135	0.8307	0.3736	0.1004	0.9991
3	0.2348	0.1415	0.3522	0.2883	0.3047	0.6650
4	0.4047	0.8828	0.8732	0.5743	0.1091	0.0381

Shekel's Family

$$f(x) = -\sum_{i=1}^m \left[(x - a_i)(x - a_i)^T + c_i \right]^{-1}$$

$$0 \leq x_j \leq 10$$

$$m = \begin{cases} 5 & \text{for } f_{21}(x) \\ 7 & \text{for } f_{22}(x) \\ 10 & \text{for } f_{23}(x) \end{cases}$$

$$x_{local-opt} \approx a_i, f(x_{local-opt}) \approx \frac{1}{c_i} \text{ for } 1 \leq i \leq m$$

توابع f_{21} ، f_{22} و f_{23} به ترتیب دارای ۵، ۷ و ۱۰ پاسخ می‌نیمم محلی هستند. ضرایب در جدول پ.۵ موجود است.

جدول پ.۵: ضرایب مورد استفاده توابع f_{21} ، f_{22} ، f_{23}

i	$a_{ij}, j = 1, \dots, 4$				c_i
1	4	4	4	4	0.1
2	1	1	1	1	0.2
3	8	8	8	8	0.2
4	6	6	6	6	0.4
5	3	7	3	7	0.4
6	2	9	2	9	0.6
7	5	5	3	3	0.3
8	8	1	8	1	0.7
9	6	2	6	2	0.5
10	7	3.6	7	3.6	0.5

Goldstein-Price Function

$$f_{18}(x) = \left[1 + (x_1 + x_2 + 1)^2 \left(3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1 \cdot x_2 + 3x_2^2 \right) \right] \times \left[30 + (2x_1 - 3x_2)^2 \left(12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1 \cdot x_2 + 27x_2^2 \right) \right]$$

$$-2 \leq x_i \leq 2$$

$$\min(f_{18}) = f_{18}(0, -1) = 3$$

Hartman's Family

$$f(x) = \sum_{i=1}^4 c_i \cdot \exp \left[-\sum_{j=1}^n a_{ij} (x_j - p_{ij})^2 \right]$$

$$0 \leq x_j \leq 1$$

$$n = \begin{cases} 3 & \text{for } f_{19}(x) \\ 6 & \text{for } f_{20}(x) \end{cases}$$

$$\min(f_{19}) = f_{19}(0.114, 0.556, 0.852) = -3.86$$

$$\min(f_{20}) = f_{20}(0.201, 0.150, 0.477, 0.275, 0.311, 0.657) = -3.32$$

ضرایب در جداول پ.۲، پ.۳ و پ.۴ موجود است.

جدول پ.۲: ضرایب مورد استفاده تابع شماره ۱۹ Hartman's Family

i	$a_{ij}, j = 1, 2, 3$			c_i	$p_{ij}, j = 1, 2, 3$		
1	3	10	30	1	0.3689	0.1170	0.2673
2	0.1	10	35	1.2	0.4699	0.4387	0.7470
3	3	10	30	3	0.1091	0.8732	0.5547
4	0.1	10	35	3.2	0.038150	0.5743	0.8828

جدول پ.۳: ضرایب مورد استفاده تابع شماره ۲۰ Hartman's Family

i	$a_{ij}, j = 1, \dots, 6$						c_i
1	10	3	17	3.5	1.7	8	1
2	0.05	10	17	0.1	8	14	1.2
3	3	3.5	1.7	10	17	8	3
4	17	8	0.05	10	0.1	14	3.2

۷. مراجع:
- [10] Gigerenzer, G., Todd, P.M., the ABC Research Group (Eds.): *Simple heuristics that make us smart*. Oxford University Press, New York (1999)
- [11] Holland, J.H.: *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. The University of Michigan Press (1975)
- [12] Kennedy, J., Eberhart, R.: *Particle swarm optimization*. Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks, vol.4, pp. 1942–1948 (1995)
- [13] Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., Vecchi, M.P.: *Optimization by Simulated Annealing*. Science, New Series, Vol. 220, No. 4598, pp. 671–680 (1983)
- [14] Mitra, S., Banka, H.: *Multi-objective evolutionary biclustering of gene expression data*. Pattern Recognition, vol. 39, no. 12, pp. 2464–2477 (2006)
- [15] Rashedi, E., Nezamabadi-pour, H., Saryazdi, S.: *GSA: A Gravitational Search Algorithm*. Information Sciences, vol. 179, no. 13, pp. 2232–2248 (2009)
- [16] Silva, A., Neves, A., Costa, E.: *An Empirical Comparison of Particle Swarm and Predator Prey Optimization*. Artificial Intelligence and Cognitive Science, vol. 2462, Springer Berlin, Heidelberg (2002)
- [17] Tang, K.S., Man, K.F., Kwong, S., He, Q.H.: *Genetic algorithms and their applications*. IEEE Signal Processing Magazine, vol. 13, no. 6, pp. 22–37 (1996)
- [18] Voges, K.E., Pope, N.K., Brown, M.R.: *Cluster Analysis of Marketing Data Examining On-line Shopping Orientation: A Comparison of K-Means and Rough Clustering Approaches*. In: H. Abbass, C. Newton, R. Sarker (Eds.) *Heuristic and Optimization for Knowledge Discovery*, pp. 208–225, IGI Global(2002)
- [19] Wolpert, D.H., Macready, W.G.: *No free lunch theorems for optimization*. Evolutionary
- [1] CoelloCoello, C.A., Luna, E.H., Aguirre, A.H.: *Use of Particle Swarm Optimization to Design Combinational Logic Circuits*. In: *Evolvable Systems: From Biology to Hardware*, Springer Berlin, Heidelberg, pp. 398–409 (2003)
- [2] Darby, S., Mortimer-Jones, T.V., Johnston, R.L., Roberts, C.: *Theoretical study of CuAunanoalloy clusters using a genetic algorithm*. Journal of Chemical Physics, vol. 116, no. 4, pp. 1536–1550 (2002)
- [3] Dorigo, M.: *Optimization, Learning and Natural Algorithms*. Ph.D.Thesis, Politecnico di Milano, Italy (1992)
- [4] Eiben, A.E., Schippers, C.A.: *On Evolutionary Exploration and Exploitation*. *Fundamenta Informaticae*, vol. 35, no. 1-4, IOS Press, Amsterdam (1998)
- [5] Farmer, J.D., Packard, N.H., Perelson, A.S.: *The immune system, adaptation, and machine learning*. *Physica D*, Volume 2, Issue 1-3 (1986)
- [6] FazelZarandi, M.H., Hemmati, A., Davari, S.: *The multi-depot capacitated location-routing problem with fuzzy travel times*. *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 8, pp. 10075–10084 (2011)
- [7] Formato, R.A.: *Central force optimization: A new metaheuristic with applications in applied electromagnetics*. *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 77, pp. 425–491 (2007)
- [8] Geem, Z.W., Kim, J.H., Loganathan, G.V.: *A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search*, Simulation, Society of Computer Simulation, vol.76, no. 2, pp. 60–68 (2001)
- [9] Gigerenzer, G., Gaissmaier, W.: *Heuristic decision making*. *Annual Review of Psychology* 62, pp. 451–482 (2011)

^{۳۵} Exploitation
^{۳۶} Mutation
^{۳۷} Selection
^{۳۸} Trade off
^{۳۹} Global IPO
^{۴۰} Local IPO
^{۴۱} Mathworks MATLAB R2011a
^{۴۲} Generation
^{۴۳} Convergence
^{۴۴} Average of best fitnesses
^{۴۵} Median of best fitnesses
^{۴۶} Average of mean fitnesses
^{۴۷} Overall best fitness
^{۴۸} Multimodal Functions with many Local minima
^{۴۹} Evolutionary methods (در اینجا منظور الگوریتم ژنتیک)
^{۵۰} Swarm intelligence methods (در اینجا منظور الگوریتم گروه ذرات)
^{۵۱} Multimodal Functions with only Few Local minima
^{۵۲} Pattern recognition
^{۵۳} Image processing

Computation, IEEE Transactions on, vol. 1, no. 1, pp. 67–82 (1997)

[20] www.mathworks.com

[21] Yao, X., Liu, Y., Lin, G.: *Evolutionary programming made faster*. Evolutionary Computation, IEEE Transactions on, vol. 3, no. 2, pp. 82–102 (1999)

[22] Zahiri, S.H.: *Swarm Intelligence and Fuzzy Systems*. Nova Science Publishers, USA (2010)

^۱ Heuristics
^۲ Logistics
^۳ Bioinformatics
^۴ Data mining
^۵ Chemical physics
^۶ Black box
^۷ Inclined Planes system Optimization (IPO)
^۸ Heuristic
^۹ To know
^{۱۰} To discover
^{۱۱} To find
^{۱۲} To guide an investigation
^{۱۳} Genetic Algorithm (GA)
^{۱۴} Simulated Annealing (SA)
^{۱۵} Harmony Search (HS)
^{۱۶} Artificial Immune System (AIS)
^{۱۷} Ant Colony Optimization (ACO)
^{۱۸} Particle Swarm Optimization (PSO)
^{۱۹} Darwin's theory
^{۲۰} Randomized phenomena
^{۲۱} Central Force Optimization (CFO)
^{۲۲} Deterministic
^{۲۳} Population-based methods
^{۲۴} Optimum position
^{۲۵} Swarm intelligence
^{۲۶} Local IPO (l-best)
^{۲۷} Global IPO (g-best)
^{۲۸} Exploitation
^{۲۹} Exploration
^{۳۰} Agents
^{۳۱} Particles
^{۳۲} Fitness function
^{۳۳} Iteration
^{۳۴} Exploration