Journal of Soft Computing and Information Technology (JSCIT)
Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran
Journal Homepage: jscit.nit.ac.ir
DOI: 10.22034/jscit.2025.218868
Volume 14, Number 1, Spring 2025, pp. 27-36
Received: 01/08/2025, Revised: 04/09/2025, Accepted: 04/12/2025

An Efficient Fuzzy Filter for Impulse Noise Reduction in Color Images

Reza Ghasemi[1], Mohsen Yoosefi Nejad[2*]
1- Department of Statistics, Payame Noor University (PNU), Tehran, Iran.
2*- Department of Computer Engineering and Information Technology, Payame Noor University (PNU), Tehran, Iran.
[1]r.ghasemi62@pnu.ac.ir, [2*]m_yoosefi@pnu.ac.ir

Corresponding author's address: Mohsen Yoosefi Nejad, Department of Computer Engineering and Information Technology, Payame Noor University of Technology, Tehran, Iran.

Abstract- Impulsive noise reduction from color images is a fundamental challenge in image processing, as this noise commonly occurs during the acquisition and transmission of digital images and negatively impacts image quality. In this paper, a novel method for reducing this noise from color images based on fuzzy filtering is proposed. This approach utilizes fuzzy metrics to evaluate the color similarity of pixels and their spatial proximity within a fuzzy framework. The color of each pixel is defined as a fuzzy number, and substitute values for noisy pixels are computed using fuzzy metrics. In this method, color similarity is assessed using three-component color vectors (RGB), while spatial proximity is evaluated using fuzzy metrics. The proposed algorithm utilizes a sliding window and is executed in three main steps: (1) converting the pixel values in the window into fuzzy numbers, (2) computing the color similarity and spatial distance of pixels using two fuzzy distance metrics, and (3) selecting the most suitable pixel based on the obtained criteria and replacing it with the central pixel of the window. The proposed algorithm has been tested on various images, including grayscale and color noisy images. The results indicate that this approach outperforms existing approaches in noise reduction and detail preservation. This superiority includes higher Peak Signal-to-Noise Ratio (PSNR), higher Structural Similarity Index Measure (SSIM), and more accurate edge and detail restoration.

Keywords: Fuzzy filter, image processing, impulsive noise reduction, salt-and-pepper noise, color similarity evaluation.

مجله علمی رایانش نرم و فناوری اطلاعات
دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل
صفحه مجله: jscit.nit.ac.ir
شناسه دیجیتال: 10.22034/jscit.2025.218868
جلد ۱۴، شماره ۱، بهار ۱۴۰۴ ، صفحه ۲۷-۳۶
دریافت: ۱۴۰۳/۱۰/۱۹، بازنگری: ۱۴۰۴/۰۱/۲۰، پذیرش: ۱۴۰۴/۰۱/۲۳

فیلتر فازی کارآمد برای کاهش نویز ضربه‌ای در تصاویر رنگی

رضا قاسمی[۱]، محسن یوسفی‌نژاد*[۲]
۱- گروه آمار، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران.
*۲- گروه مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران.
[1]r.ghasemi62@pnu.ac.ir, [2*]m_yoosefi@pnu.ac.ir

* نشانی نویسنده مسئول: محسن یوسفی نژاد، تهران، مینی سیتی، بلوار ارتش، اول شهرک نفت، خیابان نخل ، دانشگاه پیام نور، گروه مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات.

چکیده- کاهش نویز ضربه‌ای از تصاویر رنگی یک چالش اساسی در پردازش تصویر است، زیرا این نویز معمولاً در فرآیندهای دریافت و انتقال تصاویر دیجیتال رخ می‌دهد و بر کیفیت تصاویر تأثیر منفی می‌گذارد. در این مقاله، روشی نوین برای کاهش این نویز از تصاویر رنگی بر اساس فیلتر فازی ارائه می‌شود. این روش از متر فازی برای ارزیابی شباهت رنگ پیکسل‌ها و نزدیکی مکانی آن‌ها در یک چارچوب فازی استفاده می‌کند. رنگ هر پیکسل به‌صورت یک عدد فازی تعریف شده و با استفاده از مترهای فازی، مقادیر جایگزین برای پیکسل‌های نویزی محاسبه می‌شوند. در این روش، شباهت رنگی با استفاده از بردارهای رنگ سه مولفه‌ای (RGB) و نزدیکی مکانی با استفاده از مترهای فازی ارزیابی می‌شود. الگوریتم پیشنهادی از یک پنجره لغزان استفاده کرده و طی سه گام اساسی اجرا می‌شود: (۱) تبدیل مقادیر پیکسل‌های پنجره به اعداد فازی، (۲) محاسبه میزان شباهت رنگی و فاصله مکانی پیکسل‌ها با استفاده از دو معیار سنجش فاصله فازی، و (۳) انتخاب مناسب‌ترین پیکسل بر اساس معیارهای به‌دست‌آمده و جایگزینی آن با پیکسل مرکزی پنجره. الگوریتم پیشنهادی بر روی تصاویر مختلفی شامل تصاویر نویزدار سیاه‌وسفید و رنگی و تصاویر پزشکی آزمایش شده است. نتایج نشان می‌دهند که این رویکرد در مقایسه با رویکردهای پیشین عملکرد بهتری در کاهش نویز و حفظ جزئیات تصویر ارائه می‌دهد. این برتری شامل افزایش نسبت سیگنال به نویز (PSNR)، افزایش شاخص سنجش شباهت ساختاری (SSIM) و بازسازی دقیق لبه‌ها و جزئیات است.

واژه‌های کلیدی: فیلتر فازی، پردازش تصویر، کاهش نویز ضربه‌ای، نویز نمک و فلفل، ارزیابی شباهت رنگ.

۱- مقدمه

در حوزه‌های بینایی کامپیوتری و پردازش تصاویر دیجیتال، کاهش نویز یکی از موضوعات بحث‌برانگیز است. تقریباً همه سیستم‌های بینایی کامپیوتری باید مرحله‌ای برای کاهش نویز (یا فیلتر کردن) داشته باشند، زیرا نویز می‌تواند هم بر وضوح بصری تصاویر و هم بر اثربخشی بیشتر عملیات پردازش تصویر تأثیر منفی بگذارد. در سال‌های اخیر، کاهش نویز در تصاویر رنگی به دلیل استفاده فزاینده از این تصاویر در حوزه بینایی کامپیوتری، توجه پژوهشگران زیادی را به خود جلب کرده است.

برای بهبود کیفیت تصاویر، روش‌های متعددی پیشنهاد شده است، به‌ویژه روش‌هایی که دقت بازسازی لبه‌ها و وضوح تصویر را افزایش می‌دهند. انتخاب بهترین روش به شرایط و هدف مورد نظر بستگی دارد. به‌طور کلی، پردازش تصاویر رنگی باید با در نظر گرفتن همبستگی موجود بین کانال‌های تصویر انجام شود. در این زمینه،

روش برداری احتمالاً شناخته‌شده‌ترین روش است. نظریه آمار استوار[1]، پایه راه‌حل‌های اولیه فیلترهای برداری مانند فیلتر میانه برداری (VMF[2]) و فیلتر جهت‌دار برداری (VDF[3]) است که توانایی انجام فیلتر مقاوم را دارند. متأسفانه، از آنجا که این روش‌ها، اطلاعات محلی تصویر را در نظر نمی‌گیرند، لبه‌ها و ویژگی‌های جزئی تصاویر پردازش‌شده معمولاً مات می‌شوند. برای رفع این مشکل، در سال‌های اخیر چندین رویکرد پردازش برداری تطبیقی پیشنهاد شده‌اند.

فضای متریک فازی، که تعمیمی از فضای متریک احتمالی منگر است [۱]، توسط کرومسیل و میخالک [۲] معرفی شده و در بسیاری از مسائل مهندسی به کار رفته است[۳, ۴]. موریاس و همکاران [۵] با استفاده از متر فازی به‌عنوان معیار فاصله، نویز تصویر را کاهش دادند. این معیار فازی برای مقایسه دو پیکسل، شباهت بین بردارهای رنگی و نزدیکی مکانی پیکسل‌ها در تصویر را در نظر می‌گیرد.

گریگوری و همکاران [۶] یک معیار فازی ایجاد کردند که برای کاهش نویز تصویر به‌کار می‌رود و هم‌زمان دو معیار فاصله جداگانه را در نظر می‌گیرد. همچنین، گریگوری و همکاران روشی را ارائه دادند که از فیلتر CFAF استفاده می‌کند[۷]. این فیلتر با بهره‌گیری از میانگین‌گیری فازی و افزودن تصحیح مرحله‌ای، نویز را کاهش می‌دهد و مقاومت میانگین‌گیری را بهبود می‌بخشد. نوعی متر فازی T که توسط رالیویچ و همکاران [۸] پیشنهاد شد نیز به‌عنوان الگوریتمی برای فیلتر کردن تصویر استفاده شد و نتایج موثری در کاهش نویز تصویر به همراه داشت.

در سال‌های اخیر، مطالعات زیادی در این زمینه انجام شده است. پیروزمندان و همکاران [۹] یک روش نوآورانه برای حذف نویز ضربه‌ای از تصاویر دیجیتال با استفاده از اتوماتای سلولی فازی در دو مرحله ارائه دادند. این روش با شناسایی و جایگزینی پیکسل‌های نویزی، به بهبود کیفیت تصاویر کمک می‌کند.

پژوهش اسمولکا و همکاران [۱۰] بر کاهش نویز ترکیبی گوسی و ضربه‌ای در تصاویر رنگی با آلودگی شدید متمرکز است. آن‌ها رویکردی نوین برای کاهش این نوع نویزها ارائه داده‌اند که به بازیابی کیفیت تصاویر به‌شدت آسیب‌دیده کمک می‌کند.

کوسنیک و اسمولکا [۱۱] فیلتر میانگین-شیفت مقاومی را برای کاهش نویز ترکیبی گوسی و ضربه‌ای در تصاویر دیجیتال رنگی پیشنهاد دادند. این فیلتر با استفاده از ویژگی‌های آماری تصویر، نویز را کاهش داده و جزئیات تصویر را حفظ می‌کند. چارموتی و همکاران [۱۲] به بررسی روش‌های کاهش نویز تصویر پرداخته و با تأکید بر اهمیت حفظ ویژگی‌های تصویر، یک روش جدید برای حذف نویز فلفل و نمک معرفی کرده‌اند. روش آن‌ها از روابط میان پیکسل‌های همسایه در جهات مختلف برای جایگزینی مقادیر تخریب‌شده استفاده می‌کند. این روش با پیچیدگی محاسباتی پایین عملکرد خوبی در مقایسه با روش‌های موجود نشان داده است.

در یک مطالعه دیگر، عبدالرزاق و همکاران [۱۳] با استفاده از تجزیه مقدار تکین[4] و عملیات جبر نیمه کلاسیک روشی جدید برای حذف نویز فلفل و نمک ارائه داده‌اند. عملکرد این روش بر روی ۲۰ تصویر آزمایشی ارزیابی شده و با شش روش فیلترگذاری مختلف مقایسه شده است.

گریگوری و همکاران [۶] مثال‌هایی از مترهای فازی و کاربردهای آن ارائه دادند که به‌طور همزمان دو معیار فاصله مختلف را بررسی می‌کند و از آن برای فیلتر کردن نویز تصاویر استفاده کردند. باندیوپادیای و همکاران [۴] از تکنیک آستانه‌گذاری فازی برای شناسایی ناحیه مورد علاقه در تصاویر نویزی استفاده کردند.

قاسمی و همکاران [۱۴] فضای متریک فازی برای مجموعه فازی را ارائه دادند که تعمیمی از فضای متریک فازی معرفی‌شده توسط جرج و ویرامانی [۱۵] است. در این مقاله، روش‌هایی که برای کاهش نویز تصویر ارائه شده است، تعمیمی از روش موریاس [۵] است. در واقع، ما از متر فازی برای مجموعه فازی که توسط قاسمی و همکاران [۱۴] معرفی شده استفاده می‌کنیم.

در بررسی روش‌های ارائه‌شده در ادبیات موضوع، چندین مزیت و نقص مشترک قابل شناسایی است. یکی از مهم‌ترین معایب تمام این روش‌ها، عدم نگاه فازی به پیکسل‌ها است. در تمام این مطالعات، پیکسل‌ها به‌صورت اعداد قطعی[5] در نظر گرفته شده‌اند، که این موضوع می‌تواند منجر به کاهش دقت و انعطاف‌پذیری در مدل‌سازی تصاویر شود .

علاوه بر این، در بسیاری از این روش‌ها به فاصله پیکسل‌ها از پیکسل مورد بررسی (پیکسل نویزی) توجهی نشده است و در مطالعاتی که این فاصله‌ها را در نظر گرفته‌اند، از مترهایی با اعداد قطعی استفاده شده است. این رویکرد می‌تواند منجر به نادیده گرفتن عدم قطعیت ذاتی در داده‌های تصویری شود و در نتیجه، عملکرد روش‌ها در شرایط واقعی کاهش یابد. از سوی دیگر، استفاده از رویکرد فازی در مدل‌سازی پیکسل‌ها مزایای متعددی دارد. این رویکرد به‌طور طبیعی عدم قطعیت موجود در داده‌های تصویری را در نظر می‌گیرد و امکان مدل‌سازی دقیق‌تری از شباهت‌ها و فواصل بین پیکسل‌ها را فراهم می‌کند.همچنین، رویکرد فازی به دلیل انعطاف‌پذیری بالا، قادر است در شرایط مختلف تصویری (مانند تصاویر نویزی یا تصاویر

با نورپردازی نامناسب) عملکرد بهتری نسبت به روش‌های مبتنی بر اعداد قطعی از خود نشان دهد. این مزیت‌ها نشان می‌دهد که استفاده از رویکرد فازی می‌تواند به عنوان یک جایگزین قدرتمند برای روش‌های سنتی در پردازش تصویر مطرح شود.

۲- مبانی نظری

در این بخش، تعریف نُرم مثلثی[۶] و مفاهیم ابتدایی نظریه مجموعه‌های فازی که در بخش‌های بعدی استفاده خواهند شد، ارائه می‌شود.

۲-۱- نُرم مثلثی

نُرم مثلثی، که توسط شوایزر و اسکلار [۱۶] معرفی شده‌اند، نقش کلیدی در نظریه فضاهای متریک فازی ایفا می‌کنند.

تعریف ۱. [۱۷] یک نرم مثلثی عمل دوتایی $*: [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ است، به‌طوری‌که برای همه $a, b, c, d \in [0,1]$ چهار اصل زیر برقرار باشد:

1. $a * 1 = a$;
2. $a * b \leq c * d$ هرگاه $a \leq c$ و $b \leq d$;
3. $a * b = b * a$;
4. $a * (b * c) = (a * b) * c$.

یک نرم مثلثی زمانی پیوسته گفته می‌شود که یک تابع پیوسته روی $[0,1] \times [0,1]$ باشد.

یک زیرمجموعه فازی (مجموعه فازی) از $\mathbb{R}^p, p \geq 1$ تابعی به‌صورت $u : \mathbb{R}^p \to [0,1]$ است. ساپورت u، را با $supp\ u$ نشان می‌دهیم، که بستار $\{x \in \mathbb{R}^p | u(x) > 0\}$ می‌باشد. برای هر مجموعه فازی u، مجموعه سطح α به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L_\alpha u = \{x \in \mathbb{R}^p | u(x) \geq \alpha\}, 0 < \alpha \leq 1.$$

فرض کنید $\mathcal{F}(\mathbb{R}^p)$ مجموعه‌ای از مجموعه‌های فازی روی $\mathbb{R}^p$ باشد. دو مجموعه فازی u و v برابرند، به‌طوری‌که $u = v$ ، اگر و تنها اگر برای تمام $x \in \mathbb{R}^p$ داشته باشیم $u(x) = v(x)$ [۱۸].

$d(u,v)$ به‌عنوان یک متر در $\mathcal{F}(\mathbb{R}^p)$ نشان داده می‌شود، به این معنی که برای $u, v, z \in \mathcal{F}(\mathbb{R}^p)$:

1. $d(u,v) \geq 0$;
2. $d(u,v) = 0 \iff u = v$
3. $d(u,z) \leq d(u,v) + d(v,z)$

همچنین نُرم u به‌صورت $\|u\| = d(u, I_{\{0\}})$ تعریف می‌شود، که در آن $I_{\{0\}}$ تابع نشانگر[۷] است (مجموعه فازی که مقدار یک را در 0 و مقدار صفر را برای تمام $x \neq 0$ می‌گیرد).

فرض کنید $\mathcal{F}_c(\mathbb{R}^p)$ مجموعه‌ای از مجموعه‌های فازی $u : \mathbb{R}^p \to [0,1]$ باشد که خواص زیر را دارند:

1. $\forall\ 0 < \alpha \leq 1$, $L_\alpha u$, فشرده است
2. $supp\ u$ فشرده است
3. $\{x \in \mathbb{R}^p | u(x) = 1\} \neq \emptyset$.

۲-۲- فضای متریک فازی برای مجموعه های فازی

یکی از مهم‌ترین ابزارها در حوزه‌های مختلفی مانند سنجش از دور، داده‌کاوی، شناسایی الگو و تحلیل داده‌های چندمتغیره، اندازه‌گیری‌های فاصله است. چندین اندازه‌گیری فاصله برای اعداد دقیق به‌خوبی در متون علمی شناخته شده است. از لحاظ منطقی فاصله دو داده فازی را نمی‌توان با یک عدد قطعی بیان کرد بنابراین در این موارد، بهتر است فاصله با یک عدد فازی تعیین شود.

بسیاری از نویسندگان مفهوم فضاهای متریک فازی را به شیوه‌های مختلف معرفی کرده‌اند[۱۹-۲۱]. سه‌تایی $(\mathcal{X}, M, *)$ زمانی یک فضای متریک فازی گفته می‌شود که M یک مجموعه فازی (متر فازی) بر روی $\mathcal{X} \times \mathcal{X} \times (0, \infty)$ ، $\mathcal{X}$ یک مجموعه دلخواه غیرتهی، و $*$ یک نرم مثلثی پیوسته باشد[۱۵]. یک دنباله $\{x_n\}$ در یک فضای متریک فازی $(\mathcal{X}, M, *)$ یک دنباله کوشی است اگر و تنها اگر برای هر $0 < \varepsilon < 1$ و $t > 0$ وجود داشته باشد $n_0 \in N$ به‌طوری‌که برای همه $n, m > n_0$

$$(x_n, x_m, t) > 1 - \varepsilon \qquad (۱)$$

یک فضای متریک فازی کامل گفته می‌شود اگر و تنها اگر هر دنباله کوشی همگرا باشد [۱۵].

سعادتی و واعظ‌پور [۲۲] فضاهای نُرم‌دار فازی را تعریف کردند. سه‌تایی $(\chi, N, *)$ یک فضای نُرم‌دار فازی گفته می‌شود که در آن χ یک فضای برداری، $*$ یک نرم مثلثی پیوسته، و N یک مجموعه فازی (نُرم فازی) بر روی $\chi \times (0, \infty)$ است.

یکی از مهم‌ترین کاربردهای متر فازی، تشخیص نویز در پردازش تصویر است. موریاس [۵] از متر فازی برای تشخیص نویز استفاده کرد و نشان داد که این روش بهتر از روش‌های دیگر عمل می‌کند. در واقع، موریاس از متر فازی استاندارد به‌صورت زیر استفاده کرده است:

$$R(F_i, F_j, t) = \frac{t}{t + \|F_i - F_j\|} \qquad (۲)$$

که $F_i = (F_i^1, F_i^2, F_i^3)$ نشان‌دهنده مقادیر رنگ‌های قرمز(R)،

سبز (G) و آبی (B) برای هر پیکسل تصویر است. حال اگر به رنگ‌ها با دید فازی نگاه کنیم، نمی‌توانیم از روش بالا استفاده کنیم بنابراین، لازم است از تعریف متر فازی برای مجموعه‌های فازی استفاده شود. در ادامه، با استفاده از تعریف فضای متریک فازی در [۱۵] و فضای نُرم‌دار فازی در [۲۲]، فضای متریک فازی و فضای نُرم‌دار فازی برای مجموعه‌های فازی تعریف خواهد شد.

تعریف ۲. [۱۴] فرض کنید $\mathcal{X}$ یک مجموعه دلخواه غیرتهی باشد و $\mathcal{F}(\mathcal{X})$ مجموعه‌ای از مجموعه‌های فازی روی $\mathcal{X}$ باشد و $*$ یک نرم مثلثی پیوسته باشد. سه‌تایی $(\mathcal{F}(\mathcal{X}), M', *)$ یک فضای متریک فازی برای مجموعه‌های فازی گفته می‌شود که در آن M' یک مجموعه فازی (متر فازی برای مجموعه‌های فازی) روی $\mathcal{F}(\mathcal{X}) \times \mathcal{F}(\mathcal{X}) \times (0,\infty)$ و شرایط زیر برای همه $u,v,z \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$ و $t,s > 0$ برقرار باشد:

1. $M'(u,v,0) > 0$
2. $\forall\, t > 0, M'(u,v,t) = 1 \Leftrightarrow u = v$
3. $M'(u,v,t) = M'(v,u,t)$
4. $M'(u,v,t) * M'(v,z,s) \le M'(u,z,t+s)$
5. $M'(u,v,\cdot): (0,\infty) \to [0,1]$ پیوسته باشد

مثال ۱-۲- فرض کنید $(\mathcal{F}(\mathcal{X}), M', *)$ یک فضای متریک فازی برای مجموعه‌های فازی باشد. همچنین $a * b$ به‌صورت ab یا $min\{a,b\}$ در نظر گرفته می‌شود و $\forall u,v \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$:

$$M'(u,v,t) = \frac{kt^n}{kt^n + md(u,v)}, k,m \in \mathbb{R}^+, n \ge 1$$

به‌سادگی می‌توان نشان داد که $(\mathcal{F}(\mathcal{X}), M', *)$ یک فضای متریک فازی برای مجموعه‌های فازی است. به‌ویژه، اگر $k = n = m = 1$، آنگاه:

$$M'(u,v,t) = \frac{t}{t + d(u,v)}, k,m \in \mathbb{R}^+, n \ge 1 \qquad (۳)$$

که به آن متر فازی استاندارد برای مجموعه‌های فازی گفته می‌شود.

۳- رویکرد پیشنهادی

در این بخش، رنگ پیکسل‌ها از دیدگاه فازی مورد بررسی قرار می‌گیرد. با فرض اینکه مقدار رنگ هر پیکسل به‌صورت یک عدد فازی بیان شود، روش‌های قبلی، دیگر برای حذف یا کاهش نویز تصویر قابل استفاده نیستند و استفاده از معیاری که تفاوت رنگ پیکسل‌ها با مقادیر فازی را محاسبه کند، اجتناب‌ناپذیر است. در ادامه، تعاریف لازم و روش پیشنهادی توضیح داده خواهد شد.

فیلتر فازی که توسط موریاِس و همکاران [۵] ارائه شده است، از دو عملگر برای کاهش نویز تصویر استفاده می‌کند. این فیلتر که با نام CFMشناخته می‌شود، با استفاده از عملگر اول شباهت پیکسل‌ها را اندازه‌گیری کرده و با بهره‌گیری از عملگر دوم نزدیکی مکانی پیکسل‌ها را ارزیابی می‌کند تا مقدار جایگزین برای پیکسل نویزی را محاسبه کند. الگوریتم ارائه‌شده در این بخش همان عملکرد روش قبلی را دارد، با این تفاوت که نوآوری آن در استفاده از مترهای فازی برای مجموعه‌های فازی است. بنابراین، عملگر شباهت، متر فازی برای مجموعه‌های فازی خواهد بود، اما عملگر دوم که فاصله یا نزدیکی مکانی پیکسل‌ها را اندازه‌گیری می‌کند، مشابه فیلتر قبلی است.

۳-۱- مقدار شباهت فازی

با استفاده از یک متر فازی، میزان شباهت فازی بین بردارهای رنگ اندازه‌گیری می‌شود. رنگ هر پیکسل به‌صورت یک عدد فازی بیان می‌شود. در ادامه تابع شباهت فازی تعریف می‌شود.

فرض کنید $\tilde{u}_k = (\tilde{u}_k^1, \tilde{u}_k^2, \tilde{u}_k^3)$ بردار رنگ پیکسل‌های تصویر در موقعیت k را نشان می‌دهد که شامل مؤلفه‌های قرمز(R)، سبز (G) و آبی (B) است، و $\tilde{u}_k^i$ یک عدد فازی برای هر پیکسل می‌باشد. همچنین، c یک پارامتر حقیقی مثبت است که برای کنترل گستردگی تابع استفاده می‌شود. این تابع که با R نشان داده می‌شود، به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$R(\tilde{u}_i, \tilde{u}_j) = \frac{c}{c + \|\tilde{u}_i - \tilde{u}_j\|} \qquad (۴)$$

۳-۲- نزدیکی مکانی فازی

برای نزدیکی مکانی فازی بین پیکسل‌ها، دقیقاً همان روشی دنبال می‌شود که موریاِس و همکاران [۵] ارائه داده‌اند. پیکسل‌ها در یک پنجره فیلتر $n \times n$ به نام W در نظر گرفته می‌شوند که در مختصات دکارتی نمایش داده شده‌اند؛ بنابراین، موقعیت یک پیکسل $\tilde{u}_i$ در W با $i = i_1, i_2 \in Y^2$ نشان داده می‌شود، که در آن $Y = \{0,1,2,\ldots,n-1\}$ است. متر فازی استانداردS که از متر L_∞ استخراج شده است [۵]، به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$S(i,j,t) = \frac{t}{t + \|i-j\|_\infty} \qquad (۵)$$

که در آن

$\|i-j\|_\infty = max\{|i_1 - j_1|, |i_2 - j_2|\}$ و $t > 0, i,j \in Y^2$

است. به راحتی می‌توان مشاهده کرد که پیکسل‌هایی که فاصله بیشتری از مرکز پنجره دارند، به‌طور کلی نزدیکی کمتری با سایر پیکسل‌های موجود در پنجره دارند. به‌طور تجربی مشاهده شده است

که متر L_∞ نتایج بهتری نسبت به متر اقلیدسی ارائه می‌دهد[۵]. بنابراین، $S(i,j,t)$ مقدار نزدیکی مکانی فازی بین پیکسل‌های رنگی $\tilde{u}_1$ و $\tilde{u}_2$ را با توجه به مقدار t بیان می‌کند. در این مطالعه، پارامتر t برای تنظیم اهمیت معیار نزدیکی مکانی استفاده می‌شود. حال، با در نظر گرفتن اینکه هر پیکسل به‌عنوان یک بردار رنگ سه‌مولفه‌ای RGB و مکان نمایش داده می‌شود، برای رسیدن به هدف خود، از متر ترکیبی فازی به‌صورت زیر استفاده می‌گردد:

$$FCFM(\tilde{u}_i,\tilde{u}_j,t) = \qquad (۶)$$

$$R(\tilde{u}_i,\tilde{u}_j)\cdot S(i,j,t) = \frac{c}{c+\|\tilde{u}_i-\tilde{u}_j\|}\cdot\frac{t}{t+\|i-j\|_\infty}$$

اگر هر پیکسل $\tilde{u}_i$ به‌صورت $\tilde{u}_i = (\tilde{u}_i^1,\tilde{u}_i^2,\tilde{u}_i^3,i_1,i_2)$ شناسایی شود، می توان ثابت کرد که $FCFM$ یک متر فازی برای مجموعه‌های فازی روی $X^3\times Y^2$ است.این متر فازی درجه شباهت رنگ و نزدیکی پیکسل را نشان می‌دهد. به‌عنوان مثال فرض کنید:

$$\|\tilde{u}_i-\tilde{u}_j\| = d_2(\tilde{u},\tilde{v}) = \left(\int_0^1 f(\alpha)d^2(L_\alpha\tilde{u}L_\alpha\tilde{v})d_\alpha\right)^{\frac{1}{2}}$$

و $\tilde{u}$ و $\tilde{v}$ دو عدد فازی مثلثی به شکل $\tilde{u}=(a,s_a)_T$ و $\tilde{v}=$ آنگاه $(b,s_b)_T$

$$d_2(\tilde{u},\tilde{v}) = \qquad (۷)$$

$$\left(\int_0^1 f(\alpha)d^2(L_\alpha\tilde{u}L_\alpha\tilde{v})d_\alpha\right)^{\frac{1}{2}} = \left[(a-b)^2+\frac{1}{6}(s_a-s_b)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

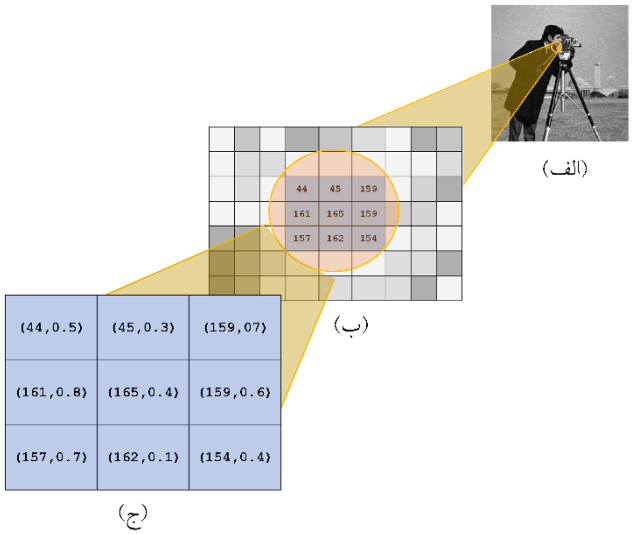
در نتیجه $FCFM$ معادل خواهد بود با

$$FCFM(\tilde{u}_i,\tilde{u}_j,t) \qquad (۸)$$

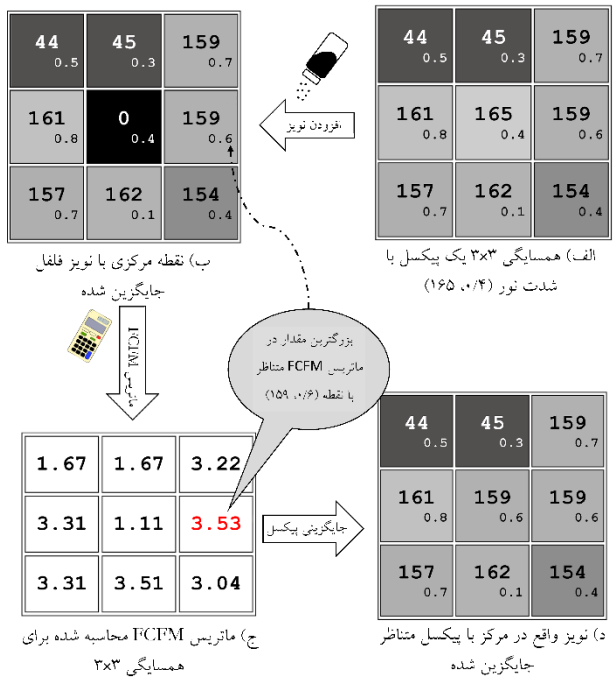
$$= \frac{c}{c+\left[(a-b)^2+\frac{1}{6}(s_a-s_b)^2\right]^{\frac{1}{2}}}\cdot\frac{t}{t+\|i-j\|_\infty}$$

مثال ۱-۳- برای درک بهتر روش پیشنهادی، مثالی در شکل‌های ۱ و ۲ نشان داده شده است. یک همسایگی۳×۳ به‌صورت یک ماتریس در بخش (ب) از شکل ۱ مشاهده می‌شود که زیرمجموعه‌ای از کل تصویر (الف) است. همچنین، در بخش (ج) از شکل ۱ شدت پیکسل‌ها به‌صورت اعداد فازی مثلثی متقارن بیان شده است.

مقدار اصلی پیکسل در مرکز برابر با (۱۶۵،۰/۴) است که با نویز نمک و فلفل به مقدار صفر جایگزین شده است (بخش (ب) شکل ۲). برای انجام عملیات کاهش نویز و یافتن بهترین مقدار جایگزین، ماتریس FCFM بر اساس معادله (۵) محاسبه می‌شود. همان‌طور که در بخش (ج) شکل ۲ مشاهده می‌شود، مقدار در موقعیت [۲،۳] بالاترین مقدار ماتریس است که پیشنهاد می‌کند پیکسل در موقعیت [۲،۳] در پنجره ۳×۳ با مقدار (۱۵۹،۰/۶) جایگزین شود.



شکل ۱: یک پنجره ۳×۳ از تصویر مرد عکاس



شکل ۲: یک مثال از فرایند کاهش نویز بر اساس روش پیشنهادی

۳-۳- مقدار فازی رنگ پیکسل

یکی از نکات مهم در استفاده از الگوریتم ارائه‌شده در بخش قبل، تخصیص یا محاسبه یک عدد فازی برای رنگ هر پیکسل است. از آنجا که مقدار رنگ هر پیکسل به‌صورت یک عدد قطعی بیان

می‌شود، می‌توان روش‌های مختلفی برای بیان فازی آن‌ها پیشنهاد کرد که می‌تواند زمینه‌ای برای مطالعات آینده باشد. برای توضیح بهتر موضوع، باید توجه داشت که همان‌طور که رنگ‌های رنگین‌کمان به‌راحتی قابل تفکیک نیستند و به‌آرامی به یکدیگر تبدیل می‌شوند، تفاوت بین رنگ یک پیکسل و رنگ همسایگان آن نیز نمی‌تواند به‌صورت اعداد صحیح بیان شود. درحالی‌که در الگوریتم‌های موجود، برای رنگ هر پیکسل یک عدد صحیح غیرمنفی در نظر گرفته می‌شود.

رویکرد ارائه شده در این مقاله این است که از همسایگی‌های یک پیکسل برای بیان رنگ فازی پیکسل مورد نظر استفاده می‌شود. به عبارت دیگر، فرض می‌کنیم که رنگ هر پیکسل یک عدد فازی مثلثی نامتقارن است که مقدار رنگ آن با درجه عضویت ۱ تعیین می‌شود و پهنای چپ یا راست آن توسط میانگین همسایگی‌ها مشخص می‌شود. به‌عنوان مثال، اگر تصویر سیاه و سفید باشد، تنها یک عدد برای رنگ هر پیکسل وجود دارد. یک پنجره ۳×۳ از همسایگی‌های هر پیکسل (به‌جز پیکسل‌های حاشیه تصویر) را در نظر گرفته و میانگین آن‌ها محاسبه می‌شود.

عدد به‌دست‌آمده یک عدد فازی مثلثی با پهنای چپ یا راست خواهد بود. برای مثال، فرض کنید رنگ پیکسل برابر با ۵۰ و میانگین همسایگی‌ها ۶۰ باشد. رنگ پیکسل به‌عنوان یک عدد فازی مثلثی (۵۰،۰،۱۰) در نظر گرفته می‌شود، که پهنای چپ برابر با صفر و پهنای راست برابر با ۱۰ می‌باشد. انتخاب مقدار صفر برای پهنای چپ به دلیل بزرگ‌تر بودن میانگین مقادیر همسایگی نسبت به مقدار پیکسل مرکزی است. مقدار پهنای راست نیز برابر با تفاوت بین مقدار پیکسل مرکزی و میانگین مقادیر همسایگی‌ها تعیین می‌شود.

مثال ۲-۳- تصویر (الف) در شکل ۳ یک قطعه ۷×۷ از یک تصویر سیاه و سفید با مقدار مرکز ۱۶۵ است. اکنون، اگر نویزی در تصویر وجود داشته باشد، می‌توان با استفاده از رویکرد فازی این نویز را کاهش داد. فرض کنید پیکسل مرکزی تصویر با مقدار صفر جایگزین شود که در تصویر (ب) از شکل ۳ نشان داده شده است. همچنین، پهنای چپ و راست پس از فازی‌سازی تصویر در بخش (ج) نشان داده شده است. اکنون نویز با اجرای الگوریتم توصیف‌شده در این بخش کاهش خواهد یافت. همانگونه که مشخص است:

$$\|\tilde{u}_i - \tilde{u}_j\| = d_2(\tilde{u}, \tilde{v}) = \left(\int_0^1 f(\alpha) d^2(L_\alpha \tilde{u} L_\alpha \tilde{v}) d_\alpha\right)^{\frac{1}{2}}$$

و $\tilde{u}$ و $\tilde{v}$ عدد فازی مثلثی نامتقارن به‌شرح زیر هستند:

$$\tilde{u} = (a, sl_a, sr_a)_T$$

$$\tilde{v} = (b, sl_b, sr_b)_T$$

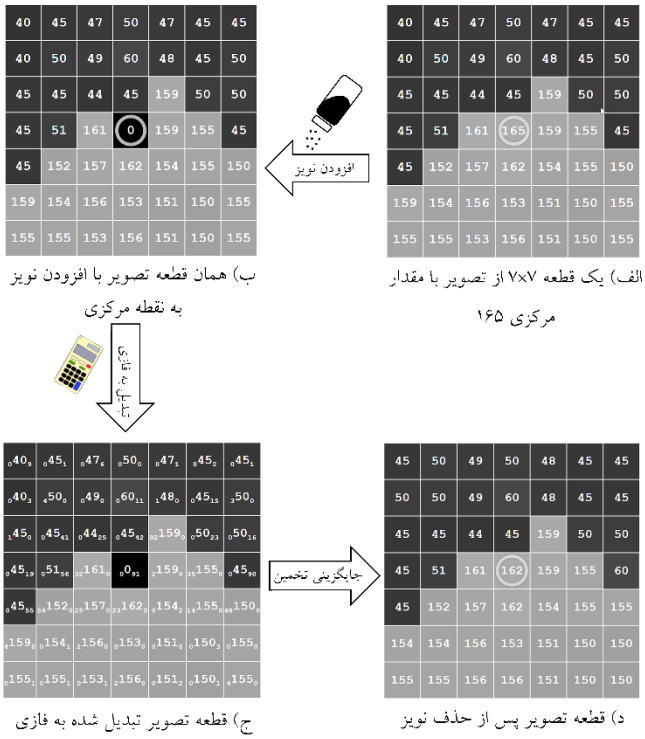
که در آن sl پهنای چپ و sr پهنای راست است. سپس

$$d_2(\tilde{u}, \tilde{v}) = \left(\int_0^1 \alpha\ d^2(L_\alpha \tilde{u}, L_\alpha \tilde{v}) d\alpha\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{4}(sl_b - sl_a)^2 + \frac{1}{2}[(a-b) + (sl_b - sl_a)]^2 - \frac{2}{3}(sl_b - sl_a)[(a-b) + (sl_b - sl_a)] + \frac{1}{4}(sr_b - sr_a)^2 + \frac{1}{2}[(a-b) - (sr_b - sr_a)]^2 + \frac{2}{3}(sr_b - sr_a)[(a-b) - (sr_b - sr_a)]\right)^{\frac{1}{2}}.$$

و $FCFM$ معادل خواهد بود با

$$FCFM(\tilde{u}_i, \tilde{u}_j, t) = \frac{c}{c + d_2(\tilde{u}, \tilde{v})} \cdot \frac{t}{t + \|i-j\|_\infty} \qquad (۹)$$

اکنون مقدار تخمین زده پیکسل مرکزی در بخش (د) تصویر نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که مقدار این پیکسل ۱۶۲ بهترین تخمین برای مرکز ماتریس است، که مقدار واقعی آن ۱۶۵ بود. این در حالی است که با استفاده از فیلتر میانه، مقدار جایگزین برابر با ۱۵۷ خواهد بود.



الف) یک قطعه ۷×۷ از تصویر با مقدار مرکزی ۱۶۵

ب) همان قطعه تصویر با افزودن نویز به نقطه مرکزی

ج) قطعه تصویر تبدیل شده به فازی

د) قطعه تصویر پس از حذف نویز

شکل ۳: فرآیند اجرای الگوریتم FCFM روی یک تصویر نویزدار

در ادامه برای درک بهتر و قابلیت بازتولید روش پیشنهادی الگوریتم فیلتر $FCFM$ در قالب شبه کد الگوریتم ۱ بیان می‌شود. الگوریتم پیشنهادی به ازای هر پیکسل از تصویر، مجموعه‌ای ثابت از عملیات را بدون وابستگی به تعداد کل پیکسل‌های تصویر اجرا می‌کند. از آنجا که تصویر دارای n^2 پیکسل است و پردازش هر پیکسل شامل تعداد ثابتی از محاسبات می‌باشد، پیچیدگی زمانی کلی الگوریتم از

مرتبه $O(n^2)$ خواهد بود. این مرتبه پیچیدگی مشابه سایر فیلترهای مورد مقایسه است و هیچ‌گونه سربار اضافی نسبت به آن‌ها ایجاد نمی‌کند.

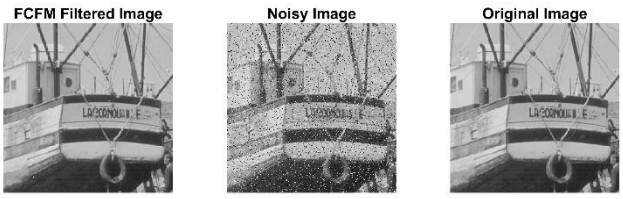
الگوریتم ۱- الگوریتم فیلتر کاهش نویز پیشنهادی

```
Algorithm: Fuzzy CFM-Based Noise Reduction (FCFM)
Input:
  - Grayscale Image (OrigImg)
  - Noisy Image (NoisyImg) with Salt & Pepper Noise
Output:
  - Denoised Image (DenoisedImg)
Steps:
1. Local Mean Estimation (MeanImg):
   - For each pixel (x, y):
     - Extract 3×3 neighborhood.
     - Compute the mean of pixel values.
     - Assign the rounded mean to MeanImg(x, y).
2. Compute Fuzzy Deviation Matrices:
   - Compute the difference
        DeviationMat = MeanImg - NoisyImg.
   - Construct sr (Positive Deviation Matrix):
     - If DeviationMat(y, x) < 0,
          set DeviationMat(y, x) = 0.
   - Construct sl (Negative Deviation Matrix):
     - If DeviationMat(y, x) > 0,
          set DeviationMat(y, x) = 0.
     - Convert sl to absolute values.
3. Fuzzy Correction Using CFM:
   - For each pixel (x, y):
     - Extract 3×3 neighborhood in DenoisedImg.
     - Extract corresponding sr and sl neighborhoods.
     - Compute fuzzy membership values (FuzzyMem)
          using deviation matrices.
     - Compute spatial similarity (SpatialSim).
     - Calculate the combined correction factor
        (CorrFactor).
     - Find the pixel with the highest CorrFactor
          in the neighborhood.
     - Assign its value to DenoisedImg(y, x).
4. Output Processed Image:
   - Display OrigImg, NoisyImg, and DenoisedImg.
End.
```

۴- نتایج پیاده‌سازی

به‌عنوان نمونه عملی، فرآیند کاهش نویز از تصاویر سیاه و سفید، پزشکی و رنگی بررسی می‌شود. برای تصویر سیاه و سفید، تصویر استاندارد «قایق» انتخاب شده است. تصویر ریه یک فرد مبتلا به بیماری کوید-۱۹ به عنوان نمونه آزمایش تصاویر پزشکی و تصاویر «میوه‌ها» و «بابون» نیز به عنوان نمونه‌های تصویر رنگی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. نتایج حاصل از فیلتر پیشنهادی این مقاله با فیلتر میانه، CFM، TSVD [۱۳] و فیلتر چارموتی و همکاران [۱۲]، بر اساس معیارهای نسبت اوج سیگنال به نویز[۸] ($PSNR$) و شاخص سنجش شباهت ساختاری[۹] (SSIM) مقایسه می‌شود.

مثال ۴-۱- در این مثال، عملکرد فیلتر FCFM در تصویر سیاه و سفید استاندارد قایق با سایر روش‌ها مقایسه خواهد شد. شکل ۴ خروجی تصویر اصلی و نویزدار قاییق و تصویر فیلتر شده به روش پیشنهادی را نشان می‌دهد. برای مقایسه عملکرد، از معیارهای $PSNR$ و $SSIM$ برای چگالی‌های مختلف نویز استفاده شده است. نتایج در جدول ۱ گزارش شده است.



الف) ب) ج)

شکل ۴: عملکرد فیلتر پیشنهادی روی تصویر قایق. الف) تصویر اصلی ب) تصویر نویزدار ج) تصویر فیلتر شده

جدول ۱: مقایسه عملکرد فیلترهای کاهش نویز فلفل و نمک برای تصویر قایق

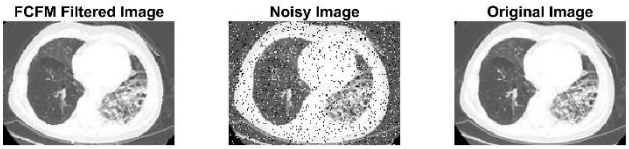
درصد نویز	معیار ارزیابی	فیلتر میانه	فیلتر CFM	فیلترTSVD	چارموتی و همکاران	فیلتر پیشنهادی
۵	$PSNR$	۳۳/۶۸	۴۱/۷۵	-	-	۴۴/۵۱
۵	$SSIM$	۰/۹۴۸۳	۰/۹۸۹۷	-	-	۰/۹۹۵۷
۱۰	$PSNR$	۳۳/۲۱	۳۶/۳۱	۳۸/۴۳	۳۸/۶۶	۳۸/۹۹
۱۰	$SSIM$	۰/۹۴۲۶	۰/۹۷۱۴	۰/۹۸۳۹	۰/۹۸۴۷	۰/۹۸۶۶
۲۰	$PSNR$	۳۲/۳۳	۳۲/۸۴	۳۴/۵۵	۳۴/۷۳	۳۴/۷۹
۲۰	$SSIM$	۰/۹۳۳۰	۰/۹۴۸۵	۰/۹۶۳۳	۰/۹۶۵۱	۰/۹۶۸۹

جدول ۱ نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در تمامی سطوح نویز، عملکرد برتری نسبت به سایر روش‌های کاهش نویز فلفل و نمک دارد. در سطح نویز ۵٪، روش پیشنهادی با $PSNR$ برابر با ۴۴/۵۱ و $SSIM$ برابر با ۰/۹۹۵۷، به‌طور قابل‌توجهی از سایر رویکردها، از جمله فیلترهای CFM و میانه، عملکرد بهتری ارائه می‌دهد. لازم به ذکر است که برای روش‌های TSVD [۱۳] و چارموتی و همکاران [۱۲]، اطلاعاتی در مورد این سطح از نویز ارائه نشده است و مقایسه برای این سطح امکان‌پذیر نیست. در نویز ۱۰٪ و ۲۰٪ نیز، مقدار $PSNR$ و $SSIM$ در روش پیشنهادی بالاتر از تمامی روش‌های مقایسه‌شده، باقی می‌ماند که نشان‌دهنده کاهش نویز مؤثرتر و حفظ بهتر جزئیات تصویر است. در مقابل، فیلتر میانه، به‌خصوص در نویزهای بالاتر، افت شدیدی در عملکرد دارد و مقدار $PSNR$ آن در سطح نویز ۲۰٪ به ۳۲/۳۳ کاهش می‌یابد. این نتایج تأیید می‌کنند که روش پیشنهادی نه‌تنها در کاهش نویز ضربه‌ای مؤثرتر است، بلکه ساختار و کیفیت بصری تصویر را نیز بهتر حفظ می‌کند و در مقایسه با سایر روش‌ها، بهبود قابل‌توجهی در عملکرد ارائه می‌دهد.

با توجه به اینکه فیلتر CFM مبنای توسعه روش پیشنهادی بوده است، مقایسه مستقیم آن با این فیلتر از اهمیت بالایی برخوردار است. در بخش تصاویر سیاه و سفید، عملکرد روش پیشنهادی در مقایسه با چندین روش کاهش نویز ارزیابی شده است. اما در ادامه در بخش تصاویر پزشکی و تصاویر رنگی، به دلیل ارتباط مستقیم روش پیشنهادی با فیلتر CFM، نتایج با دو فیلتر CFM و میانه مقایسه می‌شوند تا میزان بهبود عملکرد در شرایط مختلف بررسی

شود.

مثال ۲-۴- در این مثال، عملکرد فیلتر FCFM بر روی یک تصویر پزشکی مربوط به ریه فرد مبتلا به کووید-۱۹ مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. این تصویر در شکل ۵ نشان داده شده است. نتایج ارزیابی بر اساس معیارهای $PSNR$ و $SSIM$ در جدول ۲ ارائه شده‌اند.



الف) ب) ج)

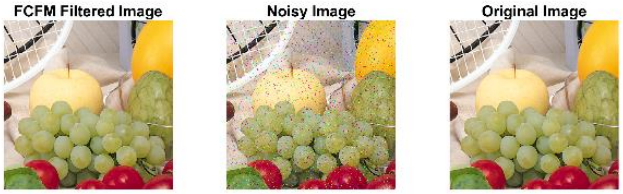
شکل ۵: عملکرد فیلتر پیشنهادی روی تصویر ریه فرد مبتلا به بیماری کوید-۱۹. الف) تصویر اصلی ب) تصویر نویزدار ج) تصویر فیلتر شده

جدول ۲: مقایسه عملکرد فیلترهای کاهش نویز فلفل و نمک برای تصویر پزشکی

درصد نویز	معیار ارزیابی	فیلتر میانه	فیلترCFM	فیلتر پیشنهادی
۵	$PSNR$	۳۲/۲۲	۴۰/۴۶	۴۳/۷۱
۵	$SSIM$	۰/۹۳۶۱	۰/۹۶۹۳	۰/۹۸۳۴
۱۰	$PSNR$	۳۱/۶۴	۳۵/۲۷	۳۸/۲۶
۱۰	$SSIM$	۰/۹۲۷۸	۰/۹۴۵۷	۰/۹۷۶۱

نتایج جدول ۲ نشان می‌دهد که روش پیشنهادی در کاهش نویز فلفل و نمک برای تصویر پزشکی ریه فرد مبتلا به کووید-۱۹ عملکرد بهتری نسبت به فیلترهای CFM و میانه دارد. در هر دو سطح نویز ۵٪ و ۱۰٪، مقدار $PSNR$ و $SSIM$ در روش پیشنهادی بالاتر از سایر روش‌ها بوده که نشان‌دهنده حفظ بهتر جزئیات تصویر و کاهش نویز مؤثرتر است. به‌ویژه در سطح نویز ۱۰٪، مقدار $SSIM$ برابر با ۰/۹۷۶۱ و $PSNR$ برابر با ۳۸/۲۶ در روش پیشنهادی ثبت شده که بهبود قابل‌توجهی را نسبت به فیلترهای دیگر نشان می‌دهد.

مثال ۳-۴- در این مثال، عملکرد فیلتر FCFM در تصاویر رنگی استاندارد «میوه‌ها» و «بابون» با سایر روش‌ها مقایسه خواهد شد. عملکر فیلتر پیشنهادی روی این تصاویر در شکل‌های ۶ و ۷ قابل مشاهده است. برای مقایسه عملکرد، از معیارهای $PSNR$ و $SSIM$ برای چگالی‌های مختلف نویز استفاده شده است. نتایج به‌دست آمده در جدول‌های ۳ و ۴ گزارش شده است. نتایج این جدول‌ها نشان می دهند که عملکرد برتر روش FCFM تنها محدود به تصاویر سیاه و سفید و پزشکی نیست و برای سایر تصاویر آزمایشی مانند تصاویر میوه‌ها و بابون نیز به همین صورت قابل مشاهده است. این امر تاییدی بر اثربخشی روش پیشنهادی در کاهش نویز و حفظ جزئیات تصاویر متنوع است.

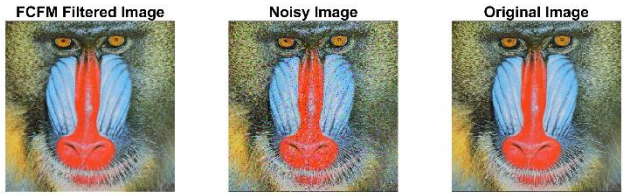


الف) ب) ج)

شکل ۶: عملکرد فیلتر پیشنهادی روی تصویر میوه‌ها. الف) تصویر اصلی ب) تصویر نویزدار ج) تصویر فیلتر شده

جدول ۳: مقایسه عملکرد فیلترهای کاهش نویز برای تصویر میوه‌ها

درصد نویز	معیار ارزیابی	فیلتر میانه	فیلترCFM	فیلتر پیشنهادی
۵	$PSNR$	۳۳/۲۱	۳۷/۶۱	۳۷/۹۳
۵	$SSIM$	۰/۹۷۹۵	۰/۹۹۰۳	۰/۹۹۵۱
۱۰	$PSNR$	۳۱/۵۵	۳۴/۰۱	۳۴/۵۱
۱۰	$SSIM$	۰/۹۷۴۴	۰/۹۸۱۲	۰/۹۸۸۹



الف) ب) ج)

شکل ۷: عملکرد فیلتر پیشنهادی روی تصویر بابون. الف) تصویر اصلی ب) تصویر نویزدار ج) تصویر فیلتر شده

جدول ۴: مقایسه عملکرد فیلترهای کاهش نویز برای تصویر بابون

درصد نویز	معیار ارزیابی	فیلتر میانه	فیلترCFM	فیلتر پیشنهادی
۵	$PSNR$	۲۲/۳۵	۲۶/۰۲	۲۶/۶۰
۵	$SSIM$	۰/۷۸۳۲	۰/۹۳۰۶	۰/۹۳۹۷
۱۰	$PSNR$	۲۲/۰۵	۲۴/۹۷	۲۵/۴۳
۱۰	$SSIM$	۰/۷۷۴۱	۰/۹۱۲۴	۰/۹۲۲۵

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، یک روش نوین فیلترگذاری فازی برای کاهش نویز ضربه‌ای در تصاویر رنگی ارائه شد. روش پیشنهادی از مترهای فازی برای مدل‌سازی عدم قطعیت مقادیر پیکسل‌ها استفاده کرده و با در نظر گرفتن هم‌زمان شباهت رنگی و نزدیکی مکانی، یک چارچوب فازی برای کاهش نویز فراهم می‌کند. برخلاف روش‌های متداول که پیکسل‌ها را به‌صورت مقادیر قطعی در نظر می‌گیرند، رویکرد پیشنهادی با استفاده از اعداد فازی، انعطاف‌پذیری بیشتری در پردازش تصاویر نویزی ایجاد کرده و دقت بهتری در بازسازی تصویر ارائه می‌دهد.

ارزیابی‌های تجربی بر روی تصاویر خاکستری، تصاویر پزشکی و تصاویر رنگی نشان داد که رویکرد پیشنهادی در مقایسه با

رویکردهای پیشین، عملکرد بهتری در کاهش نویز و حفظ جزئیات تصویر دارد. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که روش پیشنهادی دارای مقادیر بالاتر $PSNR$ و $SSIM$ بوده که نشان‌دهنده بازسازی بهتر لبه‌ها و ساختارهای ظریف تصویر است. همچنین، بررسی‌ها حاکی از آن است که این روش در انواع مختلف تصاویر و سطوح مختلف نویز، عملکرد پایداری دارد.

مهم‌ترین دلیل بهبود عملکرد روش پیشنهادی، استفاده از مترهای فازی R و S به ترتیب برای ارزیابی شباهت رنگی و نزدیکی مکانی پیکسل‌ها است که نسبت به مترهای اقلیدسی عملکرد بهتری نشان داده و بازسازی دقیق‌تری از لبه‌ها و جزئیات تصاویر فراهم کرده است. این رویکرد، نسبت به رویکردهای پیشین میانگین دقیق‌تری از همسایگی‌های پیکسل‌های نویزی به دست می‌آورد درنتیجه منجر به نتایج بهتری می‌شود.

یکی از محدودیت‌های رویکرد پیشنهادی این است که بین پیکسل‌های نویزی و پیکسل‌های اصلی تمایزی قائل نمی‌شود و همه پیکسل‌ها را به‌صورت یکسان پردازش می‌کند. این مسئله ممکن است منجر به تغییراتی در بخش‌هایی از تصویر شود که نیازی به اصلاح ندارند. در صورتی که الگوریتم بتواند پیکسل‌های نویزی را به‌طور مؤثر شناسایی کرده و فیلترگذاری را تنها بر روی این پیکسل‌ها اعمال کند، انتظار می‌رود که دقت بازسازی تصویر افزایش یابد و جزئیات اصلی تصویر بهتر حفظ شوند.

مراجع

[1] K. Menger, "Statistical metrics," *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, vol. 28, no. 12, pp. 535–537, Dec. 1942, doi: 10.1073/pnas.28.12.535.

[2] I. Kramosil and J. Michálek, "Fuzzy metrics and statistical metric spaces," *Kybernetika*, vol. 11, no. 5, pp. 336–344, 1975.

[3] L. Nedović, N. M. Ralević, and I. Pavkov, "Aggregated distance functions and their application in image processing," *Soft Comput.*, vol. 22, no. 14, pp. 4723–4739, Jul. 2018, doi: 10.1007/s00500-017-2657-9.

[4] S. Bandyopadhyay, S. Das, and A. Datta, "A hybrid fuzzy filtering-fuzzy thresholding technique for region of interest detection in noisy images," *Appl. Intell.*, vol. 50, no. 4, pp. 1112–1132, Apr. 2020, doi: 10.1007/s10489-019-01551-z.

[5] S. Morillas, V. Gregori, G. Peris-Fajarnes, and A. Sapena, "New adaptive vector filter using fuzzy metrics," *Journal of Electronic Imaging*, vol. 16, no. 3, Art. no. 033007-033007-15, Jul.–Sep. 2007, doi: 10.1117/1.2754647.

[6] V. Gregori, S. Morillas, and A. Sapena, "Examples of fuzzy metrics and applications," *Fuzzy sets and systems*, vol. 170, no. 1, pp. 95-111, Jan. 2011, doi: 10.1016/j.fss.2010.10.019.

[7] V. Gregori, S. Morillas, B. Roig, and A. Sapena, "Fuzzy averaging filter for impulse noise reduction in colour images with a correction step," *Journal of Visual Communication and Image Representation*, vol. 55, pp. 518-528, Aug. 2018, doi: 10.1016/j.jvcir.2018.06.025.

[8] N. M. Ralević, D. Karaklić, and N. Pištinjat, "Fuzzy metric and its applications in removing the image noise," *Soft Computing*, vol. 23, no. 22, pp. 12049–12061, Nov. 2019, doi: 10.1007/s00500-019-03762-5.

[9] M. M. Piroozmandan, F. Farokhi, K. Kangarloo, and M. Jahanshahi, "Removing the impulse noise from images based on fuzzy cellular automata by using a two-phase innovative method," *Optik*, vol. 255, p. 168713, 2022, doi: 10.1016/j.ijleo.2022.168713.

[10] B. Smolka, D. Kusnik, and K. Radlak, "On the reduction of mixed Gaussian and impulsive noise in heavily corrupted color images," *Scientific Reports*, vol. 13, no. 1, Art. no. 21035, 2023, doi: 10.1038/s41598-023-48260-2.

[11] D. Kusnik and B. Smolka, "Robust mean shift filter for mixed Gaussian and impulsive noise reduction in color digital images," *Scientific Reports*, vol. 12, no. 1, Art. no. 14951, 2022, doi: 10.1038/s41598-022-18909-8.

[12] B. Charmouti, A. K. Junoh, A. Abdurrazzaq, and M. Y. Mashor, "A new denoising method for removing salt & pepper noise from image," *Multimedia Tools and Applications*, vol. 81, no. 3, pp. 3981–3993, 2022, doi: 10.1007/s11042-021-11596-2.

[13] A. Abdurrazzaq, I. Mohd, A. K. Junoh, and Z. Yahya, "A hybrid of tropical-singular value decomposition method for salt and pepper noise removal," *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, vol. 27, no. 3, pp. 1667-1679, 2019, doi: 10.3906/elk-1808-85.

[14] R. Ghasemi, M. R. Rabiei, and A. Nezakati, "Strong law of large numbers for fuzzy random variables in fuzzy metric space," *International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 20, no. 4, pp. 278-289, 2020, doi: 10.5391/IJFIS.2020.20.4.278.

[15] A. George and P. Veeramani, "On some results in fuzzy metric spaces," *Fuzzy sets and systems*, vol. 64, no. 3, pp. 395-399, 1994.

[16] B. Schweizer and A. Sklar, "Statistical metric spaces," *Pacific J. Math*, vol. 10, no. 1, pp. 313-334, 1960.

[17] E. Klement, R. Mesiar, and E. Pap, "Triangular norms," *Tatra Mountains Mathematical Publications*, vol. 13, pp. 169-193, 1997.

[18] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," *Information and Control*, vol. 8, no. 3, pp. 338–353, 1965, doi: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X.

[19] Z. Deng, "Fuzzy pseudo-metric spaces," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 86, no. 1, pp. 74-95, 1982, doi: 10.1016/0022-247X(82)90255-4.

[20] O. Kaleva and S. Seikkala, "On fuzzy metric spaces," *Fuzzy sets and systems*, vol. 12, no. 3, pp. 215-229, 1984, doi: 10.1016/0165-0114(84)90069-1.

[21] M. A. Erceg, "Metric spaces in fuzzy set theory," *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. 69, no. 1, pp. 205-230, 1979, doi: 10.1016/0022-247X(79)90189-6.

[22] R. Saadati and S. Vaezpour, "Some results on fuzzy Banach spaces," *Journal of Applied Mathematics and Computing*, vol. 17, no. 1–2, pp. 475–484, 2005, doi: 10.1007/BF02936060.

پاورقی‌ها:

[1] Robust Statistics
[2] Vector Median Filter
[3] Vector Directional Filter
[4] Singular Value Decomposition (SVD)
[5] Crisp
[6] T-Norm
[7] Indicator
[8] Peak Signal-to-Noise Ratio
[9] Structural Similarity Index Measure