Journal of Soft Computing and Information Technology (JSCIT)
Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran
Journal Homepage: www.jscit.nit.ac.ir
Volume 7, Number 1, Spring & Summer 2018, pp. 72-86
Received: 2017/08/28, Revised: 2018/05/12; Accepted: 2018/11/26

Introducing a New Hyperchaotic System and Its Physical Realization by Designing an Analog Electronic Circuit

Ali Abooee[1*], Seyyed Mehdi Hosseini[2], Seyyed Mohammad Reza Mirjalili[3], Seyyed Mohammad Hosseinzadeh[4], and Mohammad Mehdi Arefi [5]
1, 2, 3, 4- Department of Electrical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.
5- Department of Power and Control Engineering, School of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran.
[1*]Aliabooee@yazd.ac.ir, [2]9326113@stu.yazd.ac.ir, [3]9341693@stu.yazd.ac.ir, [4]9325913@stu.yazd.ac.ir, and [5]Arefi@shirazu.ac.ir

Corresponding author address: Ali Abooee, Department of Electrical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.

Abstract- In this paper, based on Liu chaotic system, a novel hyperchaotic system possessing an origin equilibrium point is introduced. To demonstrate the existence of hyperchaos phenomenon in this system, several mathematical criteria are used and discussed. These criteria comprise dissipativity checking, instability proof of the equilibrium point, draw of phase portraits of strange attractor, time responses of state variables, calculation of Lyapunov exponents, extract of fractional dimension and high sensitivity analysis of system's time responses to initial conditions. It is shown that positive Lyapunov exponents of the introduced system are larger than ones of other hyperchaotic systems. By altering each of the parameters of the system, different types of dynamical behaviors including chaos, limit cycle, quasi periodic and hyperchaos are observed. An analog electronic circuit is designed to realize the hyperchaotic system composed of linear resistors, linear capacitors, operational amplifiers, and analog multipliers. Moreover, the designed nonlinear circuit is simulated by using ORCAD16.6 software. Next, it is physically implemented and tested in our laboratory. Both simulation results and experimental observations depict the occurrence of hyperchaos phenomenon in the designed circuit.

Keywords- Hyperchaotic system, Lyapunov exponent, Physical realization, Analog electronic circuit.

مجله علمی پژوهشی رایانش نرم و فناوری اطلاعات
دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل
صفحه مجله: www.jscit.nit.ac.ir
جلد ۷، شماره ۱، فصل بهار و تابستان ۱۳۹۷، صفحه ۷۲-۸۶
دریافت: ۱۳۹۶/۰۶/۰۶، بازنگری: ۱۳۹۷/۰۲/۲۲، پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۰۵
Journal of Soft Computing and Information Technology

ارائه یک سیستم فوق‌آشوب جدید و تحقق فیزیکی آن از طریق طراحی و ساخت یک مدار الکترونیکی آنالوگ

علی ابوئی*[۱]، سید مهدی حسینی[۲]، سید محمدرضا میرجلیلی[۳]، سید محمد حسین‌زاده[۴]، محمدمهدی عارفی*[۵]
۱، ۲، ۳ و۴- بخش کنترل و الکترونیک، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه یزد، یزد، ایران.
۵- بخش مهندسی قدرت و کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران.
[1*] Aliabooee@yazd.ac.ir, [2]9326113@stu.yazd.ac.ir, [3]9341693@stu.yazd.ac.ir, [4]9325913@stu.yazd.ac.ir, and [5]Arefi@shirazu.ac.ir

* نشانی نویسنده مسئول: علی ابوئی ، یزد، دانشگاه یزد، دانشکده مهندسی برق ، بخش کنترل و الکترونیک.

چکیده- در این مقاله، سیستم فوق‌آشوبی جدیدی تنها با یک نقطه تعادل مبدا ارائه می‌گردد که بر پایه‌ی سیستم آشوبی معمولی لیو ساخته شده است. به‌منظور نشان دادن وجود پدیده فوق‌آشوب در این سیستم، تعدادی از معیارهای محاسباتی و ترسیمی مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرند. از مهمترین این معیارها و شاخص‌ها می‌توان به بررسی اتلافی بودن، اثبات ناپایداری نقطه تعادل، ترسیم صفحه‌های فاز جاذب عجیب سیستم، بررسی پاسخ‌های زمانی‌متغیرهای حالت، محاسبه نماهای لیاپانوف، محاسبه بعد کسری سیستم و آنالیز حساسیت شدید پاسخ‌های متغیرهای حالت به تغییرات اندک در شرایط اولیه اشاره کرد. در ادامه نشان داده می‌شود که سیستم فوق‌آشوب پیشنهادی دارای دو نمای لیاپانوف مثبت بسیار بزرگ در مقایسه با سیستم‌های فوق‌آشوبی دیگر است. بررسی‌ها بر روی سیستم معرفی‌شده، این نتیجه را نمایان می‌کند که تغییر هر کدام از پارامترهای سیستم، باعث ایجاد رفتارهای گوناگون دینامیکی از جمله آشوب معمولی (آشوب بعد پایین)، سیکل‌حدی، شبه‌پریودیک و فوق‌آشوبی می‌شود. برای تحقق فیزیکی سیستم فوق‌آشوبی، مدار الکترونیکی آنالوگی طراحی می‌شود که از عناصر ساده‌ای همچون مقاومت‌های خطی، خازن‌های خطی، تقویت‌کننده‌های عملیاتی و ضرب‌کننده‌های آنالوگ تشکیل شده است. در ادامه، ابتدا با استفاده از نرم‌افزار ORCAD16.6 مدار را شبیه‌سازی کرده و در مرحله بعد مدار به صورت عملی در آزمایشگاه ساخته شده و مورد تست واقعی قرار می‌گیرد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی با نرم‌افزار ORCAD16.6 و داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهند که پدیده‌ی غیرخطی فوق‌آشوب در مدار آنالوگ رخ می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: سیستم فوق‌آشوبی، نمای لیاپانوف، تحقق فیزیکی و عملی، مدار الکترونیکی آنالوگ.

۱- مقدمه

پدیده آشوب[۱] که در برخی از سیستم‌های غیرخطی خودگردان و ناخودگردان[۲] رخ می‌دهد، دارای کاربردهای فراوانی در زمینه‌های مختلف از جمله مدارات غیرخطی [۱, ۲]، واکنش‌های شیمیایی [۳]، الکترونیک قدرت [۴, ۵]، رمزنگاری [۶] لیزر [۷]، بیولوژی [۸]، اقتصادی [۹] و ... است. سیستم‌های غیرخطی آشوبی، ویژگی‌های ذاتی و منحصر به فردی از خود نشان می‌دهند که از مهمترین آن‌ها می‌توان به وجود جاذب عجیب[۳] و حساسیت شدید به تغییرات اندک در شرایط اولیه اشاره کرد. پس از معرفی اولین سیستم غیرخطی آشوبی توسط لورنز، مطالعات و تحقیقات چشمگیری [۱-۶۴] بر روی این پدیده‌ی غیرخطی و ویژگی‌های آن انجام گرفته است و تاکنون نیز ادامه دارند. مقالات و مراجع

مرتبط با آشوب، سیستم‌های آشوبی را از دو دیدگاه پیوستگی و پیچیدگی دسته‌بندی کرده‌اند. از دیدگاه پیوستگی، سیستم‌های آشوبی به دو دسته‌ی سیستم‌های آشوبی پیوسته‌زمان و گسسته‌زمان تفکیک می‌شوند. به عنوان نمونه برای دسته‌ی پیوسته‌زمان‌ها می‌توان به سیستم‌های لورنز [۱۰]، راسلر [۱۱]، چن [۱۲]، کافاگنا [۱۳]، لی [۱۴]، لیو [۱۵]، ابوئی-جاهد [۱۶]، یکپارچه [۱۷] و ... اشاره کرد. سیستم‌های آشوبی گسسته‌زمان همان نگاشت‌های آشوبی[۴] هستند و مشهورترین آن‌ها نگاشت‌های لجستیک[۵]، خیمه‌ای[۶]، سینوسی، سهموی و درجه سوم می‌باشند. از دیدگاه پیچیدگی، سیستم‌های آشوبی به سه دسته‌ی سیستم‌های آشوبی معمولی (بعد پایین)، سیستم‌های فوق‌آشوبی (بعد بالا) [۷] و سیستم‌های آشوبی فضا-زمان تقسیم‌بندی می‌شوند.

شرط لازم برای رخ دادن پدیده فوق‌آشوب[۸] در سیستم‌های غیرخطی پیوسته‌زمان خودگردان آن است که سیستم حداقل چهار متغیر حالت داشته یا به عبارت دیگر از مرتبه چهار و بالاتر باشد. راسلر، اولین سیستم فوق‌آشوبی را ارائه داد [۱۱] که مدلی توصیفی از یک واکنش شیمیایی بود. در ادامه، سیستم‌های فوق‌آشوبی دیگری توسط دانشمندان در مقالات مختلف ارائه گردیدند [۲, ۱۲-۱۴, ۱۶, ۱۹, ۲۲-۵۱].

ساده‌ترین تعریفی که در مراجع [۱۸, ۱۹, ۳۶-۵۱]، برای سیستم فوق‌آشوبی بیان شده است، بدین‌گونه می‌باشد. "سیستم غیرخطی را فوق‌آشوبی می‌نامند اگر دارای حداقل دو نمای لیاپانوف[۹] مثبت بوده و مجموع تمامی نماهای لیاپانوف سیستم منفی باشد." وجود حداقل دو نمای لیاپانوف مثبت، اصلی‌ترین شاخص تمایزدهنده میان پدیده آشوب معمولی و پدیده فوق‌آشوب در یک سیستم غیرخطی می‌باشد. وجود دو نمای لیاپانوف مثبت در سیستم‌های فوق‌آشوبی باعث می‌شود که این نوع سیستم‌ها دارای پیچیدگی بیشتری نسبت به سیستم‌های آشوبی معمولی باشند و همین پیچیدگی بیشتر باعث شده است که در بسیاری از کاربردهای عملی جایگزین سیستم‌های آشوبی معمولی شوند [۶, ۲۰, ۲۱]. یکی از این کاربردها، بحث مخابرات امن و انتقال داده‌ها می‌باشد [۲۰, ۲۱]. در واقع، سیگنال‌های فوق‌آشوبی (که توسط سیستم‌های فوق‌آشوبی تولید می‌شوند) به علت افزایش تصادفی بودن و بالا بودن عدم‌قابلیت پیش‌بینی در آن‌ها، جایگزین سیگنال‌های آشوبی معمولی در مخابرات امن و رمزنگاری شدند [۲۰, ۲۱].

مرور کلی بر مراجع و مقالات [۱-۶۴] مرتبط با سیستم‌های فوق‌آشوبی نشان می‌دهد که زمینه‌های تحقیقاتی و موضوعات مطالعاتی گوناگونی در ارتباط با پدیده فوق‌آشوب در حال انجام است. از نگاه کلی، می‌توان مراجع مرتبط با معرفی سیستم‌های فوق‌آشوبی جدید را در دو دسته کلی تقسیم‌بندی کرد.

دسته اول، مراجعی [۲۶-۳۲] هستند که وقوع پدیده فوق‌آشوب را در برخی از سیستم‌های فیزیکی و عملی گزارش می‌دهند. در اغلب مطالعات مرتبط با این دسته، مدل دینامیکی‌ای (به صورت تعدادی معادلات دیفرانسیل) از سیستم فیزیکی واقعی در اختیار است که رفتارهای غیرخطی آن سیستم را به خوبی توصیف می‌کند. این مراجع با بررسی مدل‌های دینامیکی ذکرشده، اثبات کرده‌اند که امکان رخ دادن پدیده فوق‌آشوب در برخی از سیستم‌های فیزیکی واقعی وجود دارد. تعدادی از همین مراجع، ادعای خود را به صورت عملی نیز مورد تست و آزمایش قرار داده‌اند و نتایج مشاهدات واقعی از فوق‌آشوبی شدن سیستم فیزیکی مربوطه را گزارش کرده‌اند [۲۶-۳۲].

دسته دوم، مقالات و پژوهش‌هایی [۲, ۱۲-۱۴, ۱۶, ۱۹, ۲۲-۲۵, ۳۳-۶۴] هستند که با مطالعه و تحقیق بر روی برخی معادلات دیفرانسیلی صرف (که لزوماً مدل‌های دینامیکی سیستم فیزیکی خاصی نیستند)، سیستم‌های فوق‌آشوبی جدیدی را معرفی کرده‌اند و بعضی از این مراجع [۱۶, ۲۰, ۲۱, ۲۰, ۲۵, ۳۸-۴۱, ۴۵] مدارهای آنالوگی را برای تحقق فیزیکی سیستم‌های خود پیشنهاد داده‌اند. تاکنون روش مشخص و سیستماتیکی برای ایجاد یک سیستم فوق‌آشوبی جدید از روی معادلات دیفرانسیل غیرخطی ارائه نشده است، اما با مطالعه‌ی مروری و جامع بر روی مقالات مرتبط با این دسته [۲, ۱۲-۱۴, ۱۶, ۱۹, ۲۲-۲۵, ۳۳-۶۴]، می‌توان به دو روش (تا حدودی منظم و الگوریتم‌وار) برای طراحی و ایجاد یک سیستم فوق‌آشوبی رسید. این دو روش عبارتند از: (الف) اضافه کردن یک متغیر حالت جدید به سیستم‌های آشوبی معمولی [۳۳-۴۱, ۴۴-۶۴] و (ب) ایجاد تحریک سینوسی در یکی از پارامترهای ثابت سیستم آشوبی معمولی [۴۲, ۴۳].

در روش (الف)، برخی مراجع یک سیستم آشوبی معمولی با سه متغیر حالت (سه معادله دیفرانسیل غیرخطی مرتبه اول) را انتخاب کرده و با در نظر گرفتن یک متغیرحالت جدید، معادله دیفرانسیل چهارم را به سیستم اضافه می‌کنند. باید توجه داشت که در روش اول، تعدادی ترم غیرخطی از متغیرهای حالت‌ها (ترم‌های ضربی یا ترم‌های توانی) نیز به سه معادله اول اضافه شده و ضرایب ثابت معادلات دوباره تنظیم می‌شوند. مقالات [۲۳-۴۱, ۴۴-۶۴] نمونه‌هایی بسیار مشخص از پژوهش‌هایی هستند که از این روش برای معرفی تعدادی سیستم‌های فوق‌آشوبی جدید استفاده کرده‌اند. در روش (ب)، مرتبه سیستم آشوبی معمولی (درجه سوم) از نظر تعداد متغیرهای حالت افزایش نمی‌یابد اما سیستم آشوبی از

حالت خودگردان به ناخودگردان تبدیل می‌شود و با این کار پتانسیل به وجود آمدن پدیده فوق‌آشوب در یک سیستم آشوبی با سه متغیر حالت فراهم می‌شود. در این روش، فرض می‌شود که زمان t، متغیر حالت چهارم بوده و معادله دیفرانسیل $\frac{dt}{dt}=1$، به معادلات توصیف‌کننده سیستم اضافه شده و مرتبه سیستم از نظر تعداد متغیر حالت، چهار می‌شود. برای سیستم‌های فوق‌آشوبی که با روش دوم تولید می‌شوند، یکی از نماهای لیاپانوف همواره صفر است. مراجع [۴۲, ۴۳] به طور صریح و آشکار از این روش توضیح داده شده، برای ساخت و تولید سیستم‌های فوق‌آشوبی بهره گرفته‌اند.

در مقاله‌ی حاضر، با استفاده از روش اول، سیستم فوق‌آشوبی جدیدی که دارای چهار متغیر حالت است، معرفی می‌گردد. معادلات سیستم جدید بر پایه‌ی معادلات سیستم آشوبی معمولی لیو [۱۵] و با اضافه کردن متغیر حالت چهارم و افزودن چند ترم غیرخطی از حالت‌ها، ساخته می‌شوند.

در ادامه‌ی مقاله، معیارها و شاخص‌های تشخیص پدیده فوق‌آشوب بر روی سیستم پیشنهادی مورد تست و بررسی مفصل قرار می‌گیرند. این معیارها که توسط نرم‌افزار MATLAB R2013a مورد بررسی قرار می‌گیرند شامل مواردی همچون بررسی اتلافی بودن[۱۰] و ناپایداری نقطه تعادل سیستم، محاسبه نماهای لیاپانوف و بعد کسری سیستم[۱۱]، بررسی پاسخ‌های زمانی سیستم، ترسیم صفحات فاز جاذب فوق‌آشوبی و آنالیز حساسیت شدید سیستم به تغییر اندک در شرایط اولیه می‌باشند. برای اینکه نشان داده شود، سیستم پیشنهادی از نظر تنوع رفتارهای دینامیکی دارای غنای بالایی است، رفتار دینامیکی این سیستم به ازای تغییر پارامترهای ثابت نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. هم‌چنین برای پیاده‌سازی عملی سیستم فوق‌آشوبی جدید، مدار الکترونیکی آنالوگی طراحی و با استفاده از نرم‌افزار ORCAD16.6 شبیه‌سازی می‌شود. مدار طراحی‌شده در آزمایشگاه ساخته شده و مورد تست واقعی قرار می‌گیرد تا وجود پدیده فوق‌آشوب در سیستم پیشنهادی را به صورت تجربی نیز به اثبات برساند. سیستم فوق‌آشوبی معرفی شده، دارای دو مزیت نسبت به سیستم‌های فوق‌آشوبی دیگر می‌باشد. به عنوان مزیت اول، این سیستم جدید تنها دارای یک نقطه تعادل در مبدا است. مزیت دوم، بزرگ بودن نماهای لیاپانوف مثبت سیستم جدید در مقایسه با سیستم‌های مشابه دیگر می‌باشد. دو مزیت ذکر شده، باعث می‌شوند تا این سیستم پیشنهادی بتواند به عنوان یک محک ارزیابی خوب برای بررسی کارایی روش‌های کنترل فوق‌آشوب مورد استفاده قرار گیرد. بزرگ بودن دو نمای لیاپانوف مثبت به نوعی نشان از شدت بالای غیرخطی‌گری و پیچیدگی بیشتر این سیستم جدید نسبت به سیستم‌های فوق‌آشوبی دیگر می‌باشد و این موضوع باعث می‌گردد که سیستم معرفی شده، کارایی بهتری نسبت سیستم‌های فوق آشوبی دیگر در بحث مخابرات امن داده‌ها و رمزنگاری داشته باشد.

در انتها می‌توان نوآوری‌ها و کارهای علمی این مقاله را به صورت فهرست‌وار به شرح زیر بیان کرد.

۱) ارائه یک سیستم فوق‌آشوبی جدید (با یک نقطه تعادل در مبدا) با افزودن متغیرحالت چهارم x_4 و دو ترم غیرخطی x_4x_1 و $x_2x_3^2$ به سیستم آشوب معمولی لیو

۲) بررسی تمام شاخصه‌های علمی ممکنه برای تایید رخ دادن پدیده فوق‌آشوب در سیستم جدید ارائه شده

۳) بررسی رخ دادن پدیده فوق‌آشوب برای گستره‌ی وسیعی از پارامترهای عددی موجود در معادلات دینامیکی سیستم غیرخطی فوق‌آشوب جدید

۴) طراحی یک مدار الکترونیکی آنالوگ به منظور تحقق و پیاده‌سازی عملی سیستم فوق‌آشوبی جدید

۵) بررسی رخ‌دادن پدیده فوق‌آشوب در مدار الکترونیکی پیشنهادی از طریق شبیه‌سازی با نرم‌افزار ORCAD16.6

۶) ساخت مدار الکترونیکی طراحی شده در آزمایشگاه و مشاهده عملی و واقعی پدیده فوق‌آشوب در این مدار

ترتیب ساماندهی بخش‌های بعدی مقاله بدین شرح است. بخش دوم و زیربخش‌های مرتبط با آن به معرفی سیستم فوق‌آشوبی جدید و آنالیز معیارهای وجود پدیده فوق‌آشوب اختصاص می‌یابند. بخش سوم به بررسی رفتارهای دینامیکی سیستم جدید با تغییر پارامترها می‌پردازد. در بخش چهارم، مدار آنالوگ تحقق‌دهنده‌ی سیستم پیشنهادی طراحی می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی مدار با نرم‌افزار ORCAD16.6 و داده‌های آزمایشگاهی از ساخت واقعی مدار در بخش پنجم آورده شده و با هم مقایسه می‌شوند. نتیجه‌گیری کلی و جمع‌بندی نهایی از مقاله در بخش ششم ارائه می‌شوند.

۲- معرفی سیستم فوق‌آشوبی جدید و بررسی شاخص‌های وجود پدیده فوق‌آشوب

معادلات دینامیکی سیستم فوق‌آشوبی پیشنهادی با الهام از سیستم آشوبی معمولی لیو مرتبه سه [۱۵] ساخته شده است. معادلات دیفرانسیل توصیف‌کننده‌ی این سیستم فوق‌آشوبی به صورت (۱) قابل بیان هستند و x_1, x_2, x_3, x_4 بیانگر متغیرهای حالت این سیستم می‌باشند. این معادلات، با افزودن معادله

دیفرانسیلی مرتبط با متغیر حالت چهارم x_4، اضافه کردن ترم‌های غیرخطی x_4x_1 و $x_2x_3^2$ به سه معادله دیفرانسیلی سیستم آشوبی لیو و تغییر ترم غیرخطی x_1x_3 به $x_1x_3^2$، حاصل شده‌اند.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) - bx_2x_3^2 = f_1(x_1, \cdots, x_4) \\ \dot{x}_2 &= qx_1 + dx_1x_3^2 + ex_4 = f_2(x_1, \cdots, x_4) \\ \dot{x}_3 &= -wx_3 + gx_2^2 + hx_1x_4 = f_3(x_1, \cdots, x_4) \\ \dot{x}_4 &= -zx_2 = f_4(x_1, \cdots, x_4) \end{aligned} \quad (۱)$$

$a, b, q, d, e, w, g, h, z$ پارامترها و ثابت‌های سیستم ارائه شده هستند و چنانچه مقادیر عددی این پارامترها به صورت $a = 7.7$ ، $b = 1$، $q = 8$، $d = 4$، $e = 8$، $w = 4$، $g = 1$، $h = 1$ و $z = 2$ انتخاب شوند، این سیستم دینامیکی، رفتار فوق‌آشوبی از خود بروز می‌دهد. در ادامه، معیارهایی جهت اثبات وجود پدیده فوق‌آشوب در این سیستم، مورد بررسی قرار می‌گیرند. بررسی تمام این معیارها، نشان از وجود رفتار فوق‌آشوبی در این سیستم دارند.

۱-۲- بررسی اتلافی بودن سیستم و ناپایداری نقطه تعادل

سیستم‌های دینامیکی بر اساس این‌که حجم فضای فاز آن‌ها ثابت می‌ماند و یا کاهش می‌یابد، به ترتیب به دو گروه پایستار و اتلافی دسته‌بندی می‌شوند. سیستم غیرخطی $\dot{x}_i = f_i(x_1, \cdots, x_n)$ را با $i = 1, \cdots, n$ در نظر بگیرید، صفر بودن شاخص $\nabla F = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f_i}{\partial x_i}$ به مفهوم پاستار بودن و منفی بودن این شاخص، نماد اتلافی بودن سیستم می‌باشد.

یکی از شرایط لازم برای وجود پدیده آشوب معمولی (یا پدیده فوق‌آشوب)، اتلافی بودن سیستم دینامیکی مربوطه است. مقدار شاخص ∇F برای سیستم پیشنهادی (۱)، $\nabla F = -w - a = -11.7 < 0$ می‌باشد که دلالت بر اتلافی بودن سیستم معرفی شده دارد. با بررسی دستگاه معادلات $f_i = 0\,, i = 1,2,3,4$، مشخص می‌گردد که سیستم (۱)، دارای یک نقطه تعادل در مبدا مختصات $x_{eq} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$ می‌باشد. با خطی‌سازی سیستم غیرخطی (۱) و بدست آوردن ماتریس ژاکوبین حول نقطه x_{eq} می‌توان نتیجه گرفت که این نقطه تعادل از نوع زینی شکل و ناپایدار می‌باشد زیرا چهار مقدار ویژه ماتریس ژاکوبین به ترتیب $\lambda_1 = -4$، $\lambda_2 = -12.2$ و $\lambda_{2,3} = 2.3 \pm 2.2j$ هستند.

۲-۲- محاسبه نماهای لیاپانوف و بعد کسری سیستم پیشنهادی

نمای لیاپانوف، کمیت قابل اندازه‌گیری است که به نوعی نرخ متوسط همگرایی و یا واگرایی دو مسیر حالت نزدیک به هم را در فضای فاز مشخص می‌سازد و شاخصی استاندارد جهت تعیین آشوبی بودن یا نبودن سیستم دینامیکی است. مسیرهای حالت سیستم آشوبی در صفحه فاز، دارای طول بی‌نهایت هستند که در فضای محدودی محصور شده‌اند، لذا مسیرهای سیستم آشوبی باید در بعضی جهات واگرا و در بعضی جهات همگرا شوند. در واقع، نماهای لیاپانوف ملاکی برای بررسی کمی واگرایی یا همگرایی مسیرهای حالت سیستم می‌باشند [۱۹].

جدول ۱ نحوه‌ی تشخیص انواع رفتارهای دینامیکی یک سیستم غیرخطی مرتبه چهار را با استفاده از علامت‌های چهار نمای لیاپانوف و صفر بودن یا نبودن آن‌ها نشان می‌دهد [۱۹]. در جدول ۱، نماد LE_i با $i = 1,2,3,4$ به مفهوم iامین نمای لیاپانوف سیستم غیرخطی خودگردان مرتبه چهار می‌باشد. هم‌چنین در این جدول، نمادهای +، − و 0 بیانگر مثبت بودن، منفی بودن یا صفر بودن علامت نماهای لیاپانوف می‌باشند.

نماهای لیاپانوف سیستم غیرخطی (۱) با استفاده از جعبه ابزار MATDS که در محیط نرم‌افزار MATLAB R2013a قابل اجرا است، محاسبه می‌شوند. شایان ذکر است که این جعبه ابزار از الگوریتم ولف[۱۲] برای محاسبه نماها استفاده می‌کند. مقادیر نماهای لیاپانوف محاسبه شده برای سیستم فوق‌آشوبی (۱)، به صورت $LE_1 = 2.232$ ، $LE_2 = 0.59$ ، $LE_3 = 0$ و $LE_4 = -14.5$ می‌باشند. بنابراین با توجه به مقادیر نماهای لیاپانوف محاسبه شده و استناد به جدول ۱، می‌توان نتیجه گرفت که سیستم غیرخطی (۱) دارای رفتار دینامیکی از نوع فوق‌آشوب است. یکی دیگر از شاخصه‌های سیستم‌های آشوبی معمولی (یا فوق‌آشوبی)، کسری بودن بعد کاپلان-یورکه[۱۳] سیستم است که با استفاده از نماهای لیاپانوف سیستم و از رابطه (۲) محاسبه می‌شود.

در رابطه (۲)، D_{KY} بیانگر بعد کاپلان-یورکه و LE_i به مفهوم نماهای لیاپانوف با $i = 1, \cdots, n$ می‌باشند که n مرتبه سیستم دینامیکی است. لازم به ذکر است که برای محاسبه بعد ذکر شده، نماهای لیاپانوف باید به فرم صعودی به نزولی $LE_1 > LE_2 > \cdots > LE_h > \cdots > LE_n$ مرتب شوند و اندیس j بیانگر اندیس کوچکترین نمای لیاپانوف نامنفی سیستم می‌باشد [۱۶].

$$D_{KY} = j + \frac{1}{|LE_{j+1}|} \sum_{i=1}^{j} LE_i \quad (۲)$$

جدول ۱. تنوع رفتار دینامیکی سیستم غیرخطی خودگردان مرتبه چهار بر حسب علائم نماهای لیاپانوف [۱۹].

رفتار سیستم	LE_1	LE_2	LE_3	LE_4
همگرایی به نقطه تعادل	−	−	−	−
سیکل حدی[۱۴]	0	−	−	−
شبه پریودیک[۱۵]	0	0	−	−
سه چنبره‌ای[۱۶]	0	0	0	−
آشوب معمولی	+	0	−	−
فوق‌آشوب	+	+	0	−

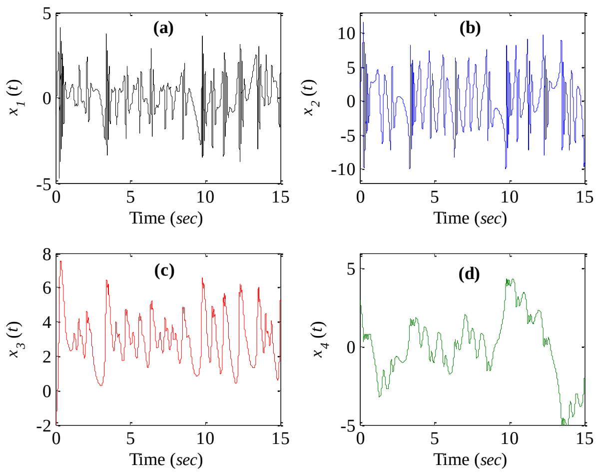
با توجه به چهار مقدار نمای لیاپانوف محاسبه شده برای سیستم پیشنهادی (۱)، اندیس j برابر با $j = 3$ است. بنابراین برای سیستم غیرخطی(۱)، مقدار بعد D_{KY} به فرم $D_{KY} = 3 + \frac{(LE_1+LE_2+LE_3)}{|LE_4|}$ به صورت $D_{KY} = 3.1946$ حاصل می‌گردد که بیانگر کسری بودن بعد این سیستم می‌باشد.

۳-۲- بررسی پاسخ‌های متغیرهای حالت و ترسیم صفحات فاز جاذب عجیب

پاسخ‌های زمانی سیستم‌های آشوبی و فوق‌آشوبی شباهت بسیار زیادی به سیگنال‌های تصادفی و نویز دارند و ممکن است که در نگاه اول، این موضوع به ذهن خطور کند که این پاسخ‌ها توسط یک سیستم تصادفی به وجود آمده‌اند، اما باید به این موضوع اشاره کرد که سیستم‌های فوق‌آشوبی و آشوبی، سیستم‌های قطعی و معین با معادلات دیفرانسیلی مشخص می‌باشند. در واقع همین رفتار تصادف‌گونه سیستم‌های فوق‌آشوبی است که باعث گردیده این سیستم‌ها به طور گسترده برای اهداف رمزگذاری در طرح‌های مخابراتی انتقال امن داده‌ها مورد استفاده قرار گیرند.

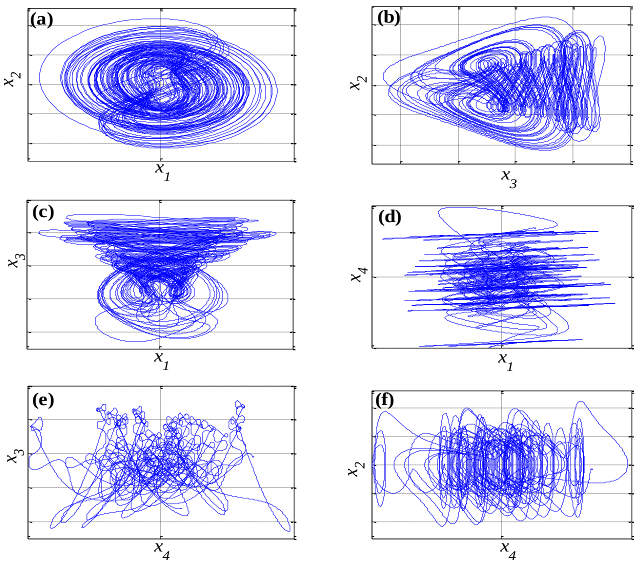
شکل ۱ پاسخ‌های حوزه زمان سیستم غیرخطی فوق‌آشوبی (۱) را با انتخاب شرایط اولیه $x(0) = [-1 \quad 2 \quad -2 \quad 3]^T$ نشان می‌دهد که مشابهت زیادی با نویز و رفتار تصادف‌گونه دارند.

قابل توجه است که پدیده فوق‌آشوب مربوط به ذات سیستم غیرخطی بوده و عامل خارجی مثل نویز نمی‌تواند پدیده ذکر شده را به سیستم تزریق کند. با حذف متغیر زمان بین پاسخ‌های متغیرهای حالت و ترسیم این پاسخ‌ها بر حسب یکدیگر، تصاویر صفحه‌های فاز دوبعدی و سه‌بعدی از جاذب عجیب سیستم غیرخطی (۱) به صورت شکل ۲ حاصل می‌شوند. بدیهی است که داده‌های مرتبط با ترسیم دو شکل ۱ و ۲ یکسان هستند.



شکل ۱. پاسخ‌های زمانی متغیرهای حالت سیستم فوق‌آشوبی (۱) با شرایط اولیه $x(0) = [-1 \quad 2 \quad -2 \quad 3]^T$:(a): پاسخ زمانی $x_1(t)$، (b): پاسخ زمانی $x_2(t)$، (c): پاسخ زمانی $x_3(t)$، (d): پاسخ زمانی $x_4(t)$

شکل ۲، تصاویر صفحات فاز $x_2 - x_1$، $x_2 - x_3$، $x_3 - x_1$، $x_4 - x_1$، $x_3 - x_4$ و $x_2 - x_4$ از جاذب عجیب فوق‌آشوبی سیستم غیرخطی (۱) را نمایش می‌دهد. در واقع این صفحات فاز گواه آن هستند که مسیرهای حالت سیستم پیشنهادی با گذشت زمان به سمت واگرایی (بی‌نهایت) نمی‌روند، هم‌چنین این مسیرها به سمت نقطه تعادل یا دورهای تناوبی و شبه‌تناوبی نیز همگرا نمی‌شوند. با دقت خاص در این تصاویر دیده می‌شود که مسیرهای حالت بسیار به هم نزدیکند اما هرگز تکرار نمی‌شوند.

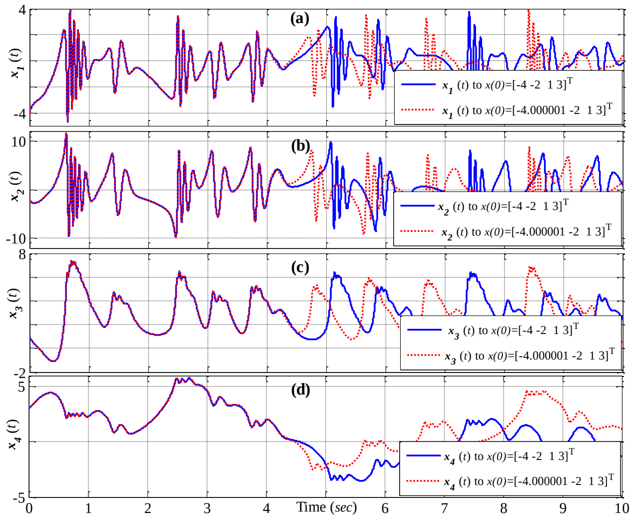


شکل ۲. شش تصویر دو بعدی از صفحه‌های فاز سیستم فوق‌آشوبی (۱). (a): تصویر جاذب در صفحه $x_2 - x_1$، (b): تصویر جاذب در صفحه $x_2 - x_3$، (c): تصویر جاذب در صفحه $x_3 - x_1$، (d): تصویر جاذب در صفحه $x_4 - x_1$، (e): تصویر جاذب در صفحه $x_3 - x_4$، (f): تصویر جاذب در صفحه $x_2 - x_4$

۴-۲- بررسی حساسیت شدید به تغییر در شرایط اولیه

یکی از ویژگی‌های متمایز و شاخص سیستم‌های آشوبی و فوق‌آشوبی، حساسیت شدید و بالای پاسخ‌های زمانی این سیستم‌ها به تغییرات اندک و ناچیز در شرایط اولیه می‌باشد. در واقع تغییر بسیار کوچکی در شرایط اولیه چنین سیستم‌هایی باعث می‌گردد که پاسخ‌های زمانی متغیرهای حالت متفاوت باشند. این ویژگی بر روی سیستم غیرخطی پیشنهادی (۱)، مورد آزمایش قرار گرفته است و پاسخ‌های زمانی این سیستم، با دو بردار شرایط اولیه که بسیار به هم شبیه هستند و تفاوت بسیار کوچکی دارند، بدست آمده‌اند. شکل ۳ پاسخ‌های زمانی سیستم فوق‌آشوبی (۱) را در دو حالت با شرایط اولیه $x(0) = [-4 \quad -2 \quad 1 \quad 3]^T$ و $x(0) = [-4.000001 \quad -2 \quad 1 \quad 3]^T$ نشان می‌دهد. همان‌طوری که دیده می‌شود، تغییر بسیار اندک 0.000001 در شرط اولیه یکی از متغیرهای سیستم غیرخطی (۱)، باعث شده

است که تمامی پاسخ‌های متغیرهای حالت متناظر بعد از گذشت تقریباً چهار و نیم ثانیه از هم جدا شده و با هم متفاوت گردند. این تست ساده، حساسیت شدید سیستم فوق‌آشوبی (۱) را نسبت به تغییرات کوچک در شرایط اولیه به خوبی به تصویر می‌کشد.

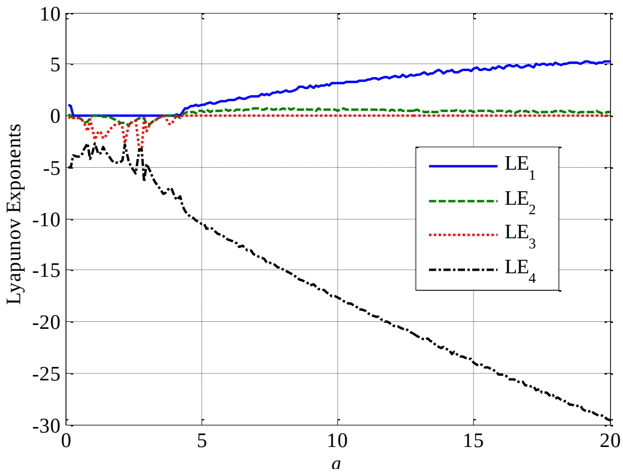


شکل ۳. پاسخ‌های متغیرهای حالت سیستم فوق‌آشوبی (۱) با انتخاب دو بردار شرایط اولیه $x(0)=[-4\quad -2\quad 1\quad 3]^T$ و $x(0)=[-4.000001\quad -2\quad 1\quad 3]^T$. (a): پاسخ‌های زمانی x_1، (b): پاسخ‌های زمانی x_2، (c): پاسخ‌های زمانی x_3، (d): پاسخ‌های زمانی x_4

۳- رفتار متنوع دینامیکی سیستم با تغییر بازه‌ای پارامترها

مطابق با جدول ۱، نوع رفتار دینامیکی سیستم غیرخطی مرتبه چهار می‌تواند از روی مقادیر چهار نمای لیاپانوف سیستم مشخص گردد. در این بخش، با تغییر برخی از پارامترهای و ثابت نگه‌داشتن پارامترهای دیگر سیستم غیرخطی (۱)، مقادیر چهار نمای لیاپانوف، محاسبه شده‌اند. برای محاسبه نماهای لیاپانوف بر حسب تغییر پارامترها، از جعبه ابزار Lab432 1.3 که در محیط نرم‌افزار MATLAB R2013a قابل اجراست، استفاده شده است. این جعبه ابزار ذکر شده نیز مشابه با جعبه ابزار قبلی (MATDS) از الگوریتم ولف برای محاسبه مقادیر نماهای لیاپانوف استفاده می‌کند.

شکل ۴ مقادیر عددی چهار نمای لیاپانوف سیستم غیرخطی پیشنهادی (۱) را بر حسب تغییرات پارامتر a در بازه $0 \leq a \leq 20$ و ثابت نگه‌داشتن بقیه پارامترها به صورت $b=1$، $q=8$، $d=4$، $e=8$، $w=4$، $g=1$، $h=1$ و $z=2$ نشان می‌دهد. جدول ۲، تنوع رفتار دینامیکی سیستم غیرخطی (۱) را به ازای بازه‌های گوناگون پارامتر a، بیان می‌کند.



شکل ۴. نمودار چهار نمای لیاپانوف سیستم غیرخطی (۱) بر حسب تغییر پارامتر a در بازه $0 \leq a \leq 20$.

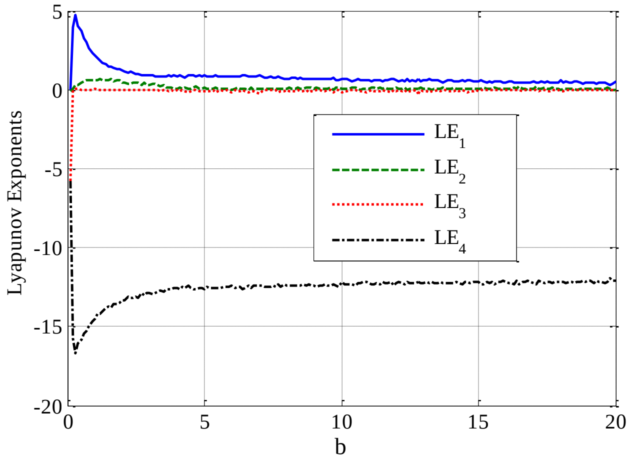
جدول ۲. انواع رفتاردینامیکی سیستم (۱) بر حسب تغییرات پارامتر a.

رفتار دینامیکی سیستم	محدوده پارامتر a
آشوب معمولی	$0 \leq a \leq 0.3$
سیکل حدی	$0.4 \leq a \leq 0.9$
شبه پریودیک	$1 \leq a \leq 1.4$
سیکل حدی	$1.5 \leq a \leq 3.5$
شبه پریودیک	$3.7 \leq a \leq 3.9$
فوق‌آشوب	$4.3 \leq a \leq 20$

نتایج حاصل از بررسی رفتارهای دینامیکی سیستم (۱) با تغییر پارامتر b در بازه‌ی $0 \leq b \leq 20$ و ثابت نگه‌داشتن پارامترهای دیگر این سیستم به صورت $a=7.7$، $q=8$، $d=4$، $e=8$، $w=4$، $g=1$، $h=1$ و $z=2$ در شکل ۵ و جدول ۳ آورده شده است. شکل ۵، مقادیر عددی چهار نمای لیاپانوف سیستم غیرخطی فوق آشوبی (۱) را بر حسب تغییرات پارامتر b در بازه $0 \leq b \leq 20$ نشان می‌دهد. جدول ۳، تنوع رفتار دینامیکی سیستم فوق آشوبی (۱) را به ازای بازه‌های گوناگون پارامتر b، ارائه می‌دهد.

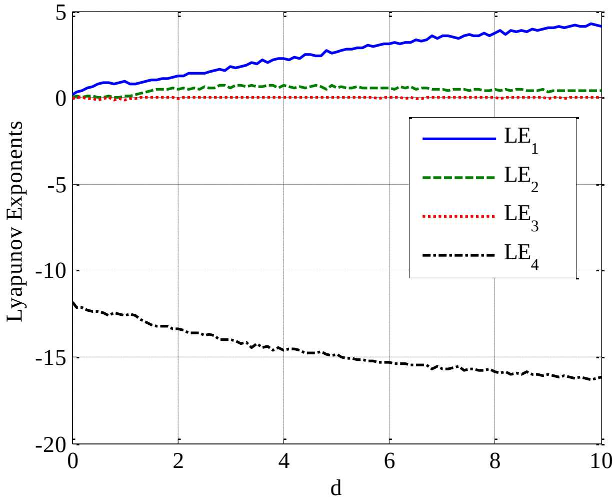
جدول ۳. انواع رفتاردینامیکی سیستم (۱) بر حسب تغییرات بازه‌ای پارامتر b.

رفتار دینامیکی سیستم	محدوده پارامتر b
فوق‌آشوب	$0 \leq b \leq 3.8$
پرش میان دو حالت آشوب معمولی و فوق‌آشوب	$3.9 \leq b \leq 20$



شکل۵. نمودار چهار نمای لیاپانوف سیستم غیرخطی (۱) بر حسب تغییر پارامتر b در بازه $0 \leq b \leq 20$.

نتایج حاصل از بررسی رفتارهای دینامیکی سیستم فوق‌آشوب جدید با تغییر پارامتر d در بازه‌ی $0 \leq d \leq 10$ و ثابت نگه‌داشتن پارامترهای دیگر این سیستم به صورت $a = 7.7$، $q = 8$، $b = 1$، $e = 8$، $w = 4$، $g = 1$، $h = 1$ و $z = 2$ در شکل ۶ و جدول ۴ آورده شده است. شکل ۶ مقادیر عددی چهار نمای لیاپانوف سیستم غیرخطی فوق آشوبی (۱) را بر حسب تغییرات پارامتر d در بازه $0 \leq d \leq 10$ نشان می‌دهد. جدول ۴، تنوع رفتار دینامیکی سیستم فوق آشوبی (۱) را به ازای بازه‌های گوناگون پارامتر d، ارائه می‌دهد.

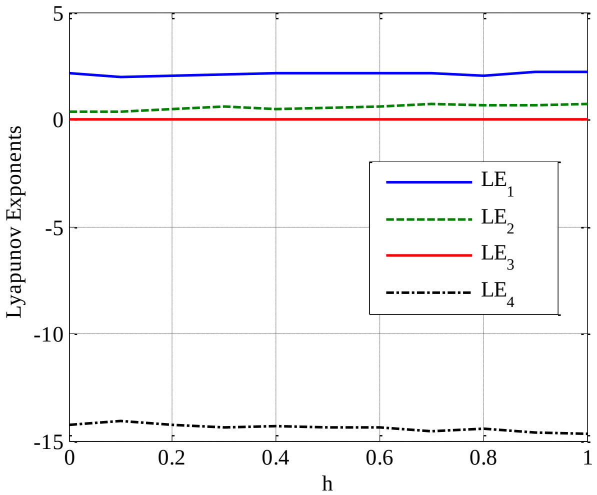


شکل۶. نمودار چهار نمای لیاپانوف سیستم (۱) بر حسب تغییر پارامتر d در بازه $0 \leq d \leq 10$.

جدول ۴. انواع رفتاردینامیکی سیستم (۱) بر حسب تغییرات بازه‌ای پارامتر d.

رفتار دینامیکی سیستم	محدوده پارامتر d
فوق‌آشوب	$0 \leq d \leq 0.4$
آشوب معمولی	$0.5 \leq d \leq 1.1$
فوق‌آشوب	$1.2 \leq d \leq 10$

نتایج حاصل از بررسی رفتارهای دینامیکی سیستم فوق‌آشوب جدید با تغییر پارامتر h در بازه‌ی $0 \leq h \leq 1$ و ثابت نگه‌داشتن پارامترهای دیگر این سیستم به صورت $a = 7.7$، $q = 8$، $b = 1$، $e = 8$، $w = 4$، $g = 1$، $d = 4$ و $z = 2$ در شکل ۷ و جدول ۵ آورده شده است. شکل ۷ مقادیر عددی چهار نمای لیاپانوف سیستم غیرخطی فوق آشوبی (۱) را بر حسب تغییرات پارامتر h در بازه $0 \leq h \leq 1$ نشان می‌دهد. جدول ۵، تنوع رفتار دینامیکی سیستم فوق آشوبی (۱) را به ازای بازه‌های گوناگون پارامتر h، ارائه می‌دهد.



شکل۷. نمودار چهار نمای لیاپانوف سیستم (۱) بر حسب تغییر پارامتر h در بازه $0 \leq h \leq 1$.

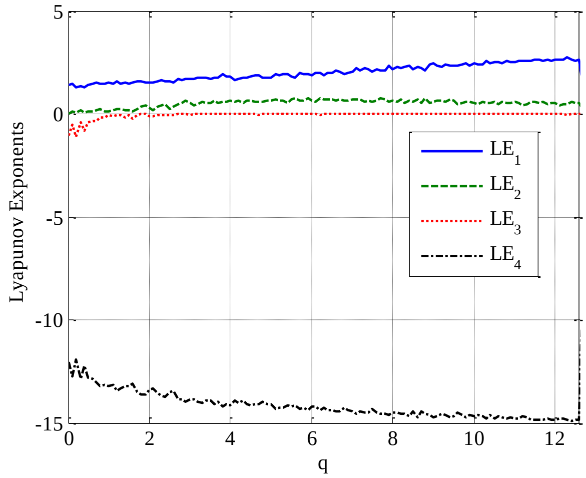
جدول ۵. انواع رفتاردینامیکی سیستم (۱) بر حسب تغییرات بازه‌ای پارامتر h.

رفتار دینامیکی سیستم	محدوده پارامتر h
فوق‌آشوب	$0 \leq h \leq 1$

نتایج حاصل از بررسی رفتارهای دینامیکی سیستم فوق‌آشوب جدید با تغییر پارامتر q در بازه‌ی $0 \leq q \leq 12.7$ و ثابت نگه‌داشتن پارامترهای دیگر این سیستم به صورت $a = 7.7$، $h = 1$، $b = 1$، $e = 8$، $w = 4$، $g = 1$، $d = 4$ و $z = 2$ در شکل ۸ و جدول ۶ آورده شده است. شکل ۸ مقادیر عددی چهار نمای لیاپانوف سیستم غیرخطی فوق آشوبی (۱) را بر حسب تغییرات پارامتر q در بازه $0 \leq q \leq 12.7$ نشان می‌دهد. جدول ۶، تنوع رفتار دینامیکی سیستم فوق آشوبی (۱) را به ازای بازه‌های گوناگون پارامتر q، ارائه می‌دهد.

نتایج حاصل از بررسی رفتارهای دینامیکی سیستم فوق‌آشوب جدید با تغییر پارامتر z در بازه‌ی $0 \leq z \leq 20$ و ثابت نگه‌داشتن پارامترهای دیگر این سیستم به صورت $a = 7.7$، $h = 1$، $b = 1$، $e = 8$، $q = 8$، $g = 1$، $d = 4$ و $w = 4$ در شکل ۹ و جدول ۷

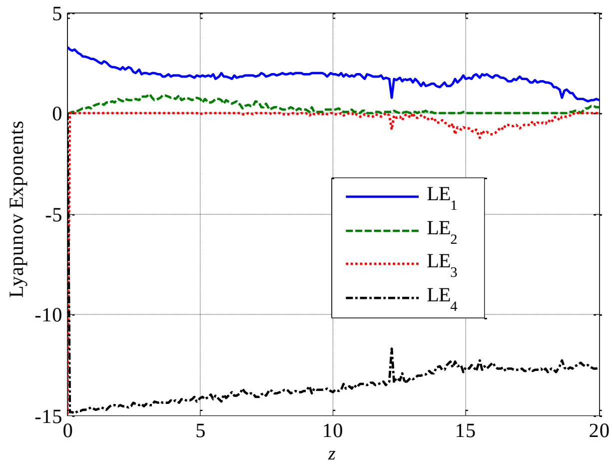
آورده شده است. شکل ۹ مقادیر عددی چهار نمای لیاپانوف سیستم غیرخطی فوق آشوبی (۱) را بر حسب تغییرات پارامتر z در بازه $0 \le z \le 20$ نشان می‌دهد. جدول ۷، تنوع رفتار دینامیکی سیستم فوق آشوبی (۱) را به ازای بازه‌های گوناگون پارامتر z، ارائه می‌دهد.



شکل ۸. نمودار چهار نمای لیاپانوف سیستم غیرخطی (۱) بر حسب تغییر پارامتر q در بازه $0 \le q \le 12.7$.

جدول ۶. انواع رفتاردینامیکی سیستم (۱) بر حسب تغییرات بازه‌ای پارامتر q.

رفتار دینامیکی سیستم	محدوده پارامتر q
آشوب معمولی	$0 \le q \le 0.8$
پرش میان دو حالت آشوب و فوق‌آشوب	$0.9 \le q \le 1.7$
فوق‌آشوب	$1.8 \le q \le 12.7$

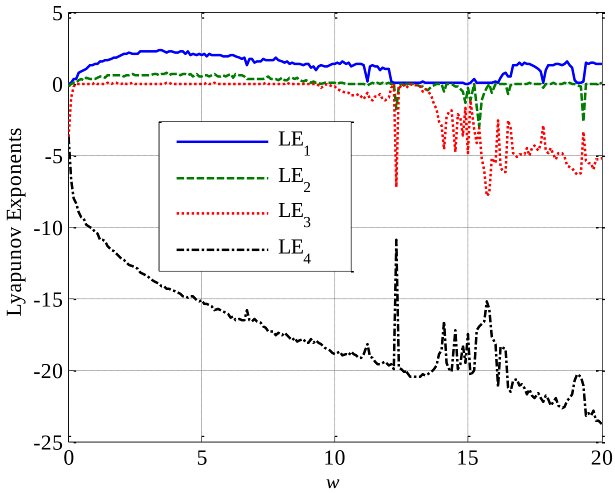


شکل ۹. نمودار چهار نمای لیاپانوف سیستم غیرخطی (۱) بر حسب تغییر پارامتر z در بازه $0 \le z \le 20$.

جدول ۷. انواع رفتاردینامیکی سیستم غیرخطی (۱) بر حسب تغییرات بازه‌ای پارامتر z.

رفتار دینامیکی سیستم	محدوده پارامتر z
فوق‌آشوب	$0.1 \le z \le 9.1$
فوق‌آشوب	$9.5 \le z \le 10.4$
پرش بین دو حالت آشوب و فوق آشوب	$10.5 \le z \le 12.1$
آشوب معمولی	$12.2 \le z \le 19.1$
پرش بین دو حالت آشوب و فوق آشوب	$19.2 \le z \le 19.4$
فوق‌آشوب	$19.5 \le z \le 20$

نتایج حاصل از بررسی رفتارهای دینامیکی سیستم فوق‌آشوب جدید با تغییر پارامتر w در بازه‌ی $0 \le w \le 20$ و ثابت نگه‌داشتن پارامترهای دیگر این سیستم به صورت $a = 7.7$، $h = 1$، $b = 1$، $e = 8$، $q = 8$، $g = 1$، $d = 4$ و $z = 2$ در شکل ۱۰ و جدول ۸ آورده شده است. شکل ۱۰ مقادیر عددی چهار نمای لیاپانوف سیستم غیرخطی فوق آشوبی (۱) را بر حسب تغییرات پارامتر w در بازه $0 \le w \le 20$ نشان می‌دهد. جدول ۸، تنوع رفتار دینامیکی سیستم فوق آشوبی (۱) را به ازای بازه‌های گوناگون پارامتر w، ارائه می‌دهد.



شکل ۱۰. نمودار چهار نمای لیاپانوف سیستم غیرخطی (۱) بر حسب تغییر پارامتر w در بازه $0 \le w \le 20$.

ویژگی متمایز سیستم فوق‌آشوبی پیشنهادی (۱)، بزرگ بودن نماهای لیاپانوف مثبت آن در مقایسه با سیستم‌های فوق‌آشوبی دیگر می‌باشد. این ویژگی باعث می‌گردد که سیستم جدید از پیچیدگی بیشتری نسبت به سیستم‌های فوق‌آشوبی معروف برخوردار باشد. بنابراین می‌تواند در بسیاری از موارد و کاربردهای عملی جایگزین سیستم‌های فوق‌آشوبی معروف گردد. برای نشان دادن این ویژگی متمایز، سه جدول ۹، ۱۰ و ۱۱ در ادامه آورده شده‌اند. جدول ۹ مقادیر دو نمای لیاپانوف مثبت مرتبط با چندین سیستم فوق‌آشوبی مرتبه چهار را گزارش می‌دهد. اسامی سیستم‌های فوق‌آشوبی معروف در جدول ۹، با توجه به

دانشمندانی که این سیستم‌ها را برای اولین بار ارائه داده‌اند، انتخاب شده است. شایان ذکر است که سیستم‌های جدول ۹ اغلب جزو اولین سیستم‌های فوق‌آشوبی هستند که در گذشته‌های دور معرفی شده‌اند. جدول ۱۰ نیز مقادیر دو نمای لیاپانوف مثبت برخی از سیستم‌های فوق‌آشوب جدیدی را نمایش می‌دهد که اخیراً توسط محققان ارائه شده‌اند. جدول ۱۱ دو نمای لیاپانوف مثبت سیستم فوق‌آشوبی جدید رابطه (۱) را به ازای چندین مقدار متفاوت پارامتر a نشان می‌دهد. مقایسه میان مقادیر نماهای لیاپانوف گزارش شده در جدول‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ درستی ادعای ذکر شده را تایید می‌کند.

۴- طراحی مدار تحقق‌دهنده سیستم فوق‌آشوبی

در این بخش، چهار معادله دیفرانسیلی مرتبط با سیستم فوق‌آشوبی (۱) از طریق طراحی یک مدار الکترونیکی آنالوگ تحقق می‌یابند و سپس پیاده‌سازی عملی می‌شوند. المان‌های آنالوگ مورد استفاده در این مدار، مقاومت‌های خطی بسیار دقیق، خازن‌های خطی، تقویت‌کننده‌های عملیاتی LM741 و ضرب‌کننده‌های آنالوگ AD633 می‌باشند. شکل ۱۱ شماتیک این مدار آنالوگ را نشان می‌دهد. هر کدام از چهار خازن موجود در این مدار نقش مشتق‌گیر را داشته و مشتق هر کدام از چهار متغیرحالت را تحقق می‌دهد.

جدول۹. تعدادی سیستم فوق‌آشوبی معروف همراه با دو نمای لیاپانوف مثبت آن‌ها.

سیستم‌های فوق‌آشوبی معروف	LE_2	LE_1
راسلر [۱۱]	0.02	0.11
کافاگنا [۱۳]	0.3120	0.774
لی [۱۴]	0.0175	0.6317
چن [۱۲]	0.1310	4.4090
وانگ [۳۶]	0.4180	1.0181
جا [۳۵]	0.042	0.969

جدول۱۱. مقادیر دو نمای لیاپانوف مثبت سیستم (۱) با درنظرگرفتن چندین مقدار متفاوت برای پارامتر a.

مقادیر متفاوت پارامتر a	LE_2	LE_1
17.7	0.328	5.01
17.9	0.392	5.129
18.8	0.338	5.204

ولتاژهای چهار خازن $V_{C_1}(t), V_{C_2}(t), V_{C_3}(t), V_{C_4}(t)$ معادل و کاملاً هم ازر با چهار متغیرحالت x_1, x_2, x_3, x_4 سیستم فوق‌آشوبی (۱) می‌باشند. پنج ضرب‌کننده آنالوگ این مدار برای ایجاد و ساختن ترم‌های غیرخطی ضربی و توانی x_3^2، $x_2x_3^2$، $x_1x_3^2$، x_2^2 و x_1x_4 به کار رفته‌اند.

جدول ۸. انواع رفتاردینامیکی سیستم غیرخطی (۱) بر حسب تغییرات بازه‌ای پارامتر w.

رفتار دینامیکی سیستم	محدوده پارامتر w	رفتار دینامیکی سیستم	محدوده پارامتر w
سیکل حدی	$0 \le w \le 0.2$	سیکل حدی	$13.1 \le w \le 15.2$
آشوب معمولی	$0.3 \le w \le 0.4$	سیکل حدی	$15.4 \le w \le 16$
فوق‌آشوب	$0.5 \le w \le 9.3$	آشوب معمولی	$16.1 \le w \le 17.8$
آشوب معمولی	$9.4 \le w \le 12.3$	آشوب معمولی	$18 \le w \le 19.1$
سیکل حدی	$12.3 \le w \le 12.6$	پرش بین دو حالت سیکل حدی و شبه‌پریودیک	$19.2 \le w \le 19.4$
شبه‌پریودیک	$12.7 \le w \le 13$	آشوب معمولی	$19.5 \le w \le 20$

جدول۱۰. تعدادی سیستم فوق‌آشوبی معرفی شده در سال‌های اخیر همراه با دو نمای لیاپانوف مثبت آن‌ها.

سیستم‌های فوق‌آشوبی	LE_1	LE_2	سیستم‌های فوق‌آشوبی	LE_1	LE_2
مرجع [۵۲]	0.2525	0.0428	مرجع [۵۸]	0.4602	0.0424
مرجع [۵۳]	0.064	0.033	مرجع [۵۹]	1.4106	0.1232
مرجع [۵۴]	2.199	0.071	مرجع [۶۰]	2.3057	0.1421
مرجع [۵۵]	0.1032	0.0149	مرجع [۶۱]	0.1013	0.0306
مرجع [۵۶]	1.8892	0.2268	مرجع [۴۶]	0.5697	0.0453
مرجع [۵۷]	1.956	0.241	مرجع [۶۲]	0.0684	0.0047
مرجع [۶۳]	0.88503	0.048124	مرجع [۶۴]	1.30002	0.011255

تقویت‌کننده‌های عملیاتی در این مدار چندین وظیفه از جمله جمع‌کردن ترم‌ها با یکدیگر، منفی‌کردن (قرینه‌کردن) ترم‌ها و بهره‌دادن (تقویت‌کردن) به ترم‌ها را برعهده دارند. باید به این موضوع مهم اشاره کرد که مطابق با اطلاعات کارخانه سازنده، ضرب‌کننده آنالوگ AD633، دو سیگنال آنالوگ را به عنوان ورودی‌های خود دریافت کرده و حاصل ضرب این دو سیگنال را محاسبه کرده و تقسیم بر عدد ده نموده و به عنوان سیگنال خروجی آنالوگ ارائه می‌دهد. با نوشتن چهار قانون KCL در

گره‌های با پتانسیل صفر (زمین) در سمت چپ خازن‌های C_1, C_2, C_3, C_4، چهار معادله دیفرانسیلی غیرخطی رابطه (۳) حاصل می‌شوند.

$$\begin{aligned} \dot{V}_{C_1}(t) &= \frac{V_{C_2}(t)-V_{C_1}(t)}{R_1C_1} - \frac{V_{C_2}(t)\left(V_{C_3}(t)\right)^2}{10R_2C_1} \\ \dot{V}_{C_2}(t) &= \frac{V_{C_1}(t)}{R_5C_2} + \frac{V_{C_4}(t)}{R_6C_2} + \frac{V_{C_1}(t)\left(V_{C_3}(t)\right)^2}{10R_7C_2} \\ \dot{V}_{C_3}(t) &= \frac{-V_{C_3}(t)}{R_{13}C_3} + \frac{\left(V_{C_2}(t)\right)^2}{10R_{14}C_3} + \frac{V_{C_1}(t)V_{C_4}(t)}{10R_{15}C_3} \\ \dot{V}_{C_4}(t) &= \frac{-V_{C_2}(t)}{R_{16}C_4} \end{aligned} \quad (۳)$$

حال با مقایسه‌ی معادلات گره‌های مدار (رابطه (۳)) و معادلات دیفرانسیلی سیستم فوق‌آشوبی رابطه (۱) می‌توان فهمید که معادلات دیفرانسیلی رابطه (۳) که از مدار آنالوگ شکل ۱۱ حاصل شده‌اند، می‌توانند تحقق‌دهنده‌ی سیستم فوق‌آشوبی جدید باشند. از مقایسه بین این دو رابطه‌ی مذکور نتیجه خواهد شد که ولتاژهای خازن‌های C_1, C_2, C_3, C_4 به ترتیب بیانگر همان متغیرهای حالت x_1, x_2, x_3, x_4 هستند و ارتباط مقاومت‌های الکتریکی مدار و پارامترهای سیستم فوق‌آشوبی نیز به صورت رابطه (۴) است. در رابطه (۴)، نمادهای μF، $\mathrm{M}\Omega$ و $k\Omega$ بیانگر واحدهای میکروفاراد، مگااهم و کیلواهم می‌باشند.

$$\begin{aligned} &C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 1\mu F \\ &R_1 = \frac{1\mathrm{M}\Omega}{a}, R_2 = \frac{100k\Omega}{b}, R_5 = \frac{1\mathrm{M}\Omega}{q} \\ &R_6 = \frac{1\mathrm{M}\Omega}{e}, R_{16} = \frac{1\mathrm{M}\Omega}{z}, R_7 = \frac{100k\Omega}{d} \\ &R_{13} = \frac{1\mathrm{M}\Omega}{w}, R_{14} = \frac{100k\Omega}{h}, R_{15} = \frac{1\mathrm{M}\Omega}{g} \\ &R_3 = R_4 = R_8 = R_9 = R_{10} = 100k\Omega \\ &R_{11} = R_{12} = R_{17} = R_{18} = 100k\Omega \\ &R_{19} = R_{21} = 100k\Omega, R_{20} = R_{22} = 1\mathrm{M}\Omega \end{aligned} \quad (۴)$$

در مدار شکل ۱۱، ولتاژهای اولیه چهار خازن، نقش شرایط اولیه سیستم فوق‌آشوبی (۱) را دارند. در این مدار، هیچ سیگنال ورودی از بیرون اعمال نمی‌شود و آنچه باعث می‌گردد که مدار تحریک شده و شروع به کار کند، همان شرایط اولیه (ولتاژ اولیه خازن‌ها) می‌باشند و در واقع مدار طراحی شده، خود تحریک است.

مقاومت‌های $R_1, R_2, R_5, R_6, R_7, R_{13}, R_{14}, R_{15}, R_{16}$ به ترتیب برای تنظیم پارامترهای $a, b, q, e, d, w, h, g, z$ به کار رفته‌اند. به عبارت دیگر مقادیر عددی این پارامترها توسط مقاومت‌های ذکر شده تعیین می‌شوند. چنانچه مقادیر حاصل شده برای مقاومت‌های خطی $R_1, R_2, R_5, R_6, R_7, R_{13}, R_{14}, R_{15}, R_{16}$ در رنج‌های استاندارد برای مقاومت‌های خطی دقیق موجود در بازار قرار نگیرند، از پتاسیومترها دقیق استفاده خواهد شد. مقاومت‌های دارای $R_3, R_4, R_8, R_9, R_{10}, R_{11}, R_{12}, R_{17}, R_{18} R_{19}, R_{20}, R_{21}, R_{22}$ مقادیر ثابت و استاندارد هستند و ارتباطی با تنظیم پارامترهای سیستم فوق‌آشوبی ندارند.

۵- شبیه‌سازی مدار طراحی شده و پیاده‌سازی عملی

به منظور بررسی صحت عملکرد، ابتدا مدار در محیط نرم‌افزار ORCAD16.6 ترسیم و سپس شبیه‌سازی می‌شود. برای این شبیه‌سازی، ولتاژهای اولیه خازن‌ها به صورت $V_{C_1}(0^-) = -1,$ $V_{C_2}(0^-) = 2, V_{C_3}(0^-) = -2, V_{C_4}(0^-) = 3$ انتخاب شده‌اند که دقیقاً مشابه با شرایط اولیه در رسم شکل ۲ می‌باشند. چنانچه از داده‌های شبیه‌سازی ORCAD16.6 استفاده کرده و ولتاژ خازن‌های مدار را بر حسب هم رسم کنیم، شکل ۱۲ حاصل می‌شود. مقایسه میان دو شکل ۲ و ۱۲، نشان می‌دهد که تطابق و همخوانی بسیار زیادی میان نتایج شبیه‌سازی با دو نرم‌افزار ORCAD16.6 و نرم‌افزار MATLAB R2013a وجود دارد.

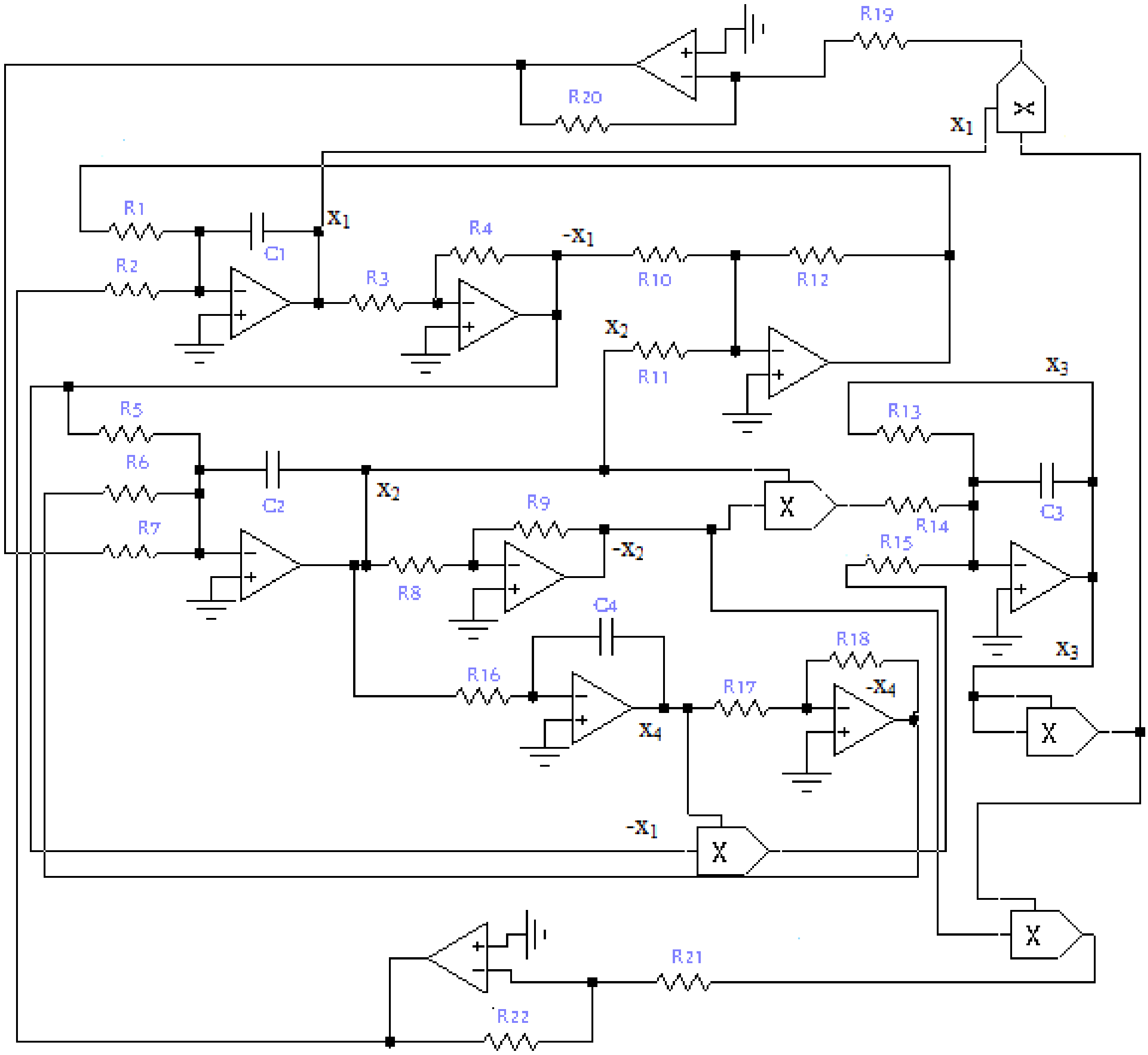
در ادامه، مدار شکل ۱۱، با عناصر و المان‌های واقعی در آزمایشگاه به صورت عملی پیاده‌سازی شده است. ولتاژ اولیه خازن‌ها دقیقاً مشابه با شبیه‌سازی‌های ORCAD16.6 در نظر گرفته شده‌اند. شکل ۱۳ نتایج واقعی از تست و آزمایش مدار بسته شده بر روی بردبورد را نشان می‌دهند. لازم به ذکر است که نتایج و داده‌های واقعی مدار با استفاده از اسیلوسکوپ دیجیتالی ۷۰ مگاهرتزی (با برند GPS از نوع سری 1072B) ثبت و اندازه‌گیری شده‌اند. نتایج عملی نشان داده شده در شکل ۱۳، دقیقاً نتایج شبیه‌سازی‌های دو شکل ۲ و ۱۲ را تایید می‌کند.

۶- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

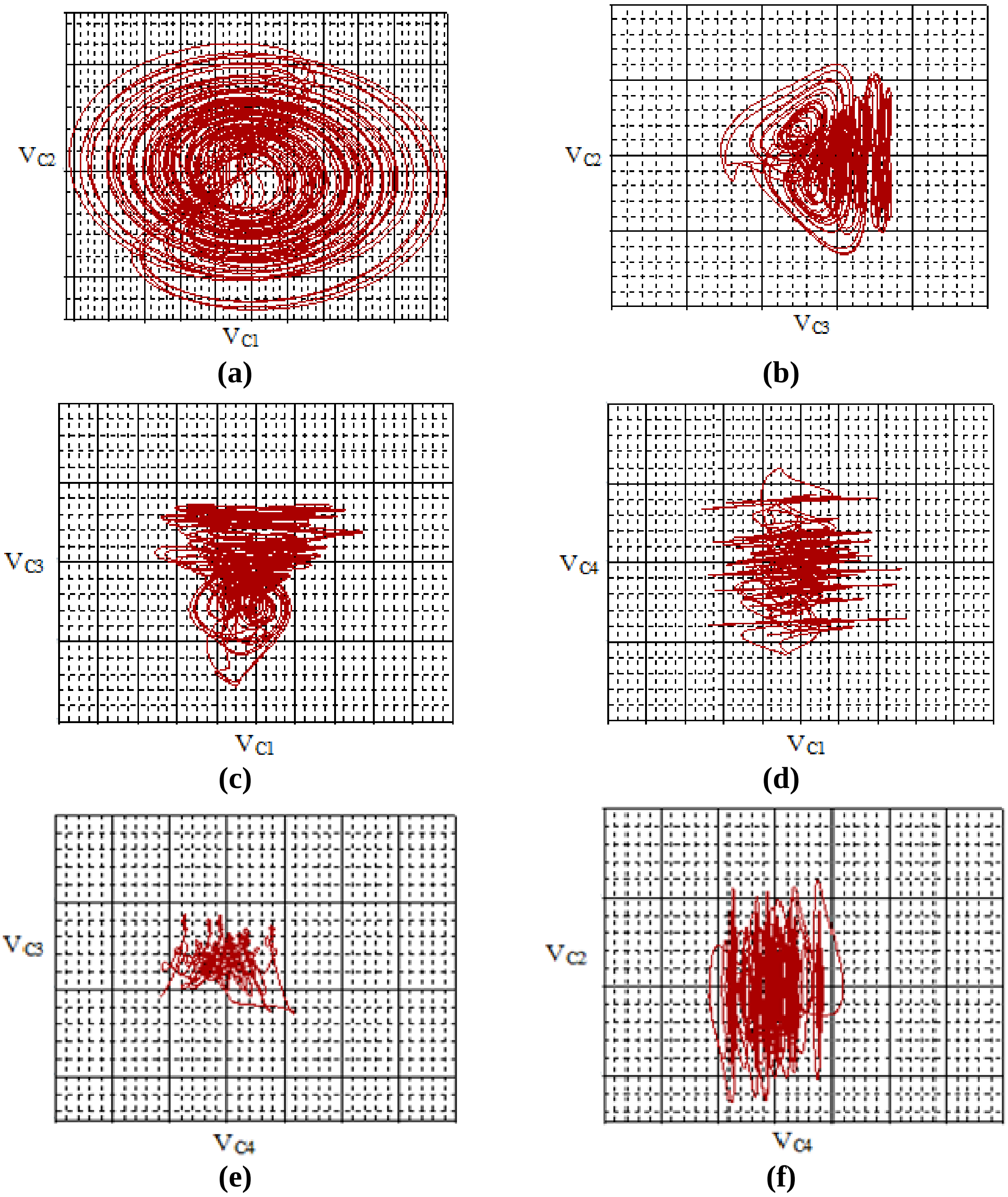
در این مقاله، با اضافه کردن یک معادله دیفرانسیلی مرتبه اول و چندین ترم غیرخطی از متغیرهای حالت به سیستم آشوبی لیو، سیستم فوق‌آشوبی جدیدی ارائه شد. محاسبه معیارها و شاخص‌های متداول برای سیستم پیشنهادی، حاکی از وجود پدیده فوق‌آشوبی در رفتارهای دینامیکی این سیستم بود. تغییر پارامترهای نشان داد که این سیستم از لحاظ بروز انواع رفتارهای دینامیکی دارای غنای بالایی است. در ادامه با استفاده از المان‌های الکترونیکی آنالوگ، مداری طراحی و ساخته شد تا معادلات دیفرانسیلی غیرخطی مرتبط با سیستم فوق‌آشوبی ارائه شده را تحقق بخشد. نتایج شبیه‌سازی مدار طراحی شده و همچنین داده‌های آزمایشگاهی حاصله از تست واقعی تایید کردند که پدیده فوق‌آشوب در این مدار اتفاق می‌افتد.

از ویژگی‌های قابل توجه این سیستم جدید، بزرگ بودن نماهای لیاپانوف مثبت آن در مقایسه با نماهای لیاپانوف مثبت سیستم‌های فوق آشوبی دیگر بود. این ویژگی باعث می‌گردد که

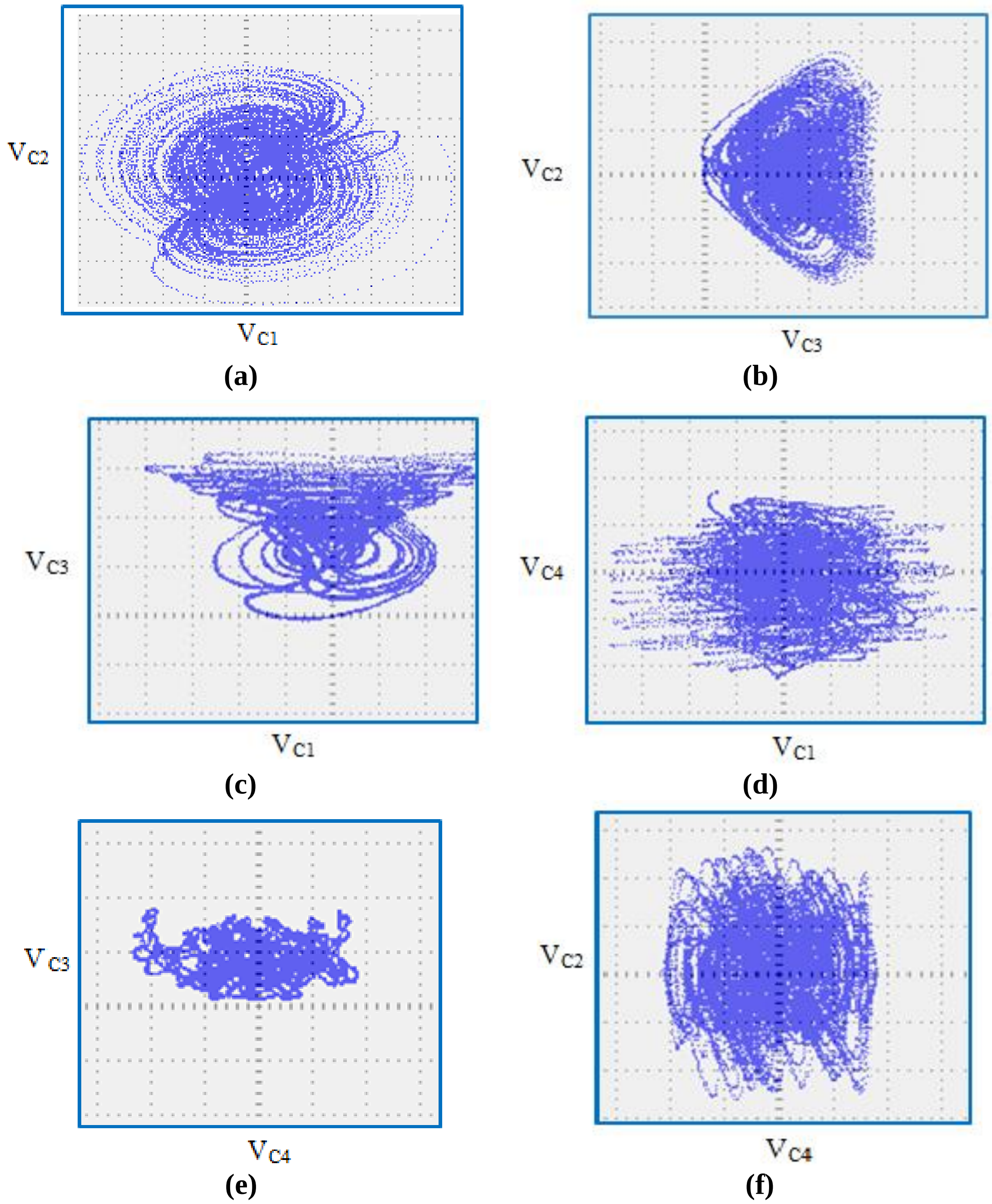
سیستم ارائه شده از درجه پیچیدگی بالاتر و شدت غیرخطی بودن بیشتری نسبت به سیستم‌های فوق‌آشوبی مشابه برخوردار باشد و در نتیجه سیستم پیشنهادی، سیستم غیرخطی مستعدی برای تست و اعتبارسنجی روش‌های جدید کنترل غیرخطی باشد. با توجه به درجه بالای پیچیدگی مورد اشاره، این سیستم می‌تواند در بحث انتقال امن داده‌ها به عنوان سیستم پایه برای رمزگذاری (در سمت فرستنده) و رمزگشایی (در سمت گیرنده) مورد استفاده قرار گیرد.



شکل ۱۱. شماتیک مرتبط با مدار الکترونیکی آنالوگ تحقق‌دهنده‌ی سیستم غیرخطی فوق‌آشوبی پیشنهادی (۱).



شکل ۱۲. شش تصویر دو بعدی از ولتاژهای خازن برحسب یکدیگر. (a): نمودار V_{C_2} برحسب V_{C_1}، (b): نمودار V_{C_2} برحسب V_{C_3} ، (c): نمودار V_{C_3} برحسب V_{C_1}، (d): نمودار V_{C_4} برحسب V_{C_1}، (e): نمودار V_{C_3} برحسب V_{C_4}، (f): نمودار V_{C_2} برحسب V_{C_4}.



شکل ۱۳. تصاویر دو بعدی از داده‌های واقعی و آزمایشگاهی مرتبط با ولتاژ خازن‌ها برحسب یکدیگر. (a): نمودار V_{C_2} برحسب V_{C_1}، (b): نمودار V_{C_2} برحسب V_{C_3} ، (c): نمودار V_{C_3} برحسب V_{C_1}، (d): نمودار V_{C_4} برحسب V_{C_1}، (e): نمودار V_{C_3} برحسب V_{C_4}، (f): نمودار V_{C_2} برحسب V_{C_4}.

مراجع

[1] B. Samardzic, and B. M. Zlatkovic, “Analysis of spatial chaos appearance in cascade connected nonlinear electrical circuits,” Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 95, No. 1, pp. 14-20, 2017.

[2] C. Volos, J. O. Maaita, S. Vaidyanathan, V. T. Pham, I. Stouboulos, and I. Kyprianidis, “A novel four-dimensional hyperchaotic four-wing system with a saddle–focus equilibrium,” IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, Vol. 64, No. 3, pp. 339-343, 2017.

[3] I. Bodale, and V. A. Oancea, “Chaos control for Willamowski–Rössler model of chemical reactions,” Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 78, No. 1, pp. 1-9, 2015.

[4] A. Buscarino, C. Corradino, L. Fortuna, M. Frasca, and J. C. Sprott, “Nonideal behavior of analog multipliers for chaos generation,” IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, Vol. 63, No. 4, pp. 396-400, 2016.

[5] N. Zamani, M. Ataei, and M. Niroomand, “Analysis and control of chaotic behavior in boost converter by ramp compensation based on Lyapunov exponents assignment: theoretical and experimental investigation,” Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 81, No. 1, pp. 20-29, 2015.

[6] X. Wu, D. Wang, J. Kurths, and H. Kan, “A novel lossless color image encryption scheme using 2D DWT and 6D hyperchaotic system,” Information Sciences, Vol. 349-350, No. 1, pp. 137-153, 2016.

[29] X. Huang, Z. Zhao, Z. Wang, and Y. Li, "Chaos and hyperchaos in fractional-order cellular neural networks," Neurocomputing, Vol. 91, No. 1, pp. 13-21, 2012.

[30] A. S. Elwakil, and M. P. Kennedy, "Inductorless hyperchaos generator," Microelectronics Journal, Vol. 30, No. 8, pp. 739-743, 1999.

[31] G. Ibrahim, and S. S. E. H. Elnashaie, "Hyperchaos in acetylcholinesterase enzyme systems," Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 8, No. 12, pp. 1977-2007, 1997.

[32] C. Di, X. Yang, and D. Huang, "A new water resources supply-demand system and its hyperchaos control," Procedia Engineering, Vol. 15, No. 1, pp. 734-738, 2011.

[33] A. M. A. El-Sayed, H. M. Nour, A. Elsaid, A. E. Matouk, and A. Elsonbaty, "Dynamical behaviors, circuit realization, chaos control, and synchronization of a new fractional order hyperchaotic system," Applied Mathematical Modelling, Vol. 40, No. 5-6, pp. 3516-3534, 2016.

[34] O. S. Ojoniyi, and A. N. Njah, "A 5D hyperchaotic Sprott B system with coexisting hidden attractors," Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 87, No. 2, pp. 172-181, 2016.

[35] T. Gao, Z. Chen, Q. Gu, and Z. Yuan, "A new hyper-chaos generated from generalized Lorenz system via nonlinear feedback," Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 35, No. 2, pp. 390-397, 2008.

[36] F. Wang, and C. Liu, "A new criterion for chaos and hyperchaos synchronization using linear feedback control," Physics Letters A, Vol. 360, No. 2, pp. 274-278, 2006.

[37] T. Gao, G. Chen, Z. Chen, and S. Chen, "The generation and circuit implementation of a new hyperchaos upon Lorenz system," Physics Letters A, Vol. 361, No. 1-2, pp. 78-86, 2007.

[38] Y. L. Wu, C. H. Yang, and C. H. Wu, "Chip implementation of a new hyperchaotic oscillator," Electronics Letters, Vol. 53, No. 4, pp. 226-228, 2017.

[39] A. M. A. El-Sayed, H. M. Nour, A. Elsaid, A .E. Matouk, and A. Elsonbaty, "Circuit realization, bifurcations, chaos and hyperchaos in a new 4D system," Applied Mathematics and Computation, Vol. 239, No. 1, pp. 333-342, 2014.

[40] C. Shen, S. Yu, J. Lü, and G. Chen, "A systematic methodology for constructing hyperchaotic systems with multiple positive Lyapunov exponents and circuit implementation," IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, Vol. 61, No. 3, pp. 854-864, 2014.

[41] J. P. Singh, and B. K. Roy, "A novel hyperchaotic system with stable and unstable line of equilibria and sigma shaped poincare map," IFAC-Papers OnLine, Vol. 49, No. 1, pp. 526-531, 2016.

[42] Q. Yang, K. Zhang, and G. Chen, "Hyperchaotic attractors from a linearly controlled Lorenz system," Nonlinear Analysis: Real World Applications, Vol. 10, No. 3, pp. 1601-1617, 2009.

[43] J. Ma, A. B. Li, Z. S. Pu, and L. J. Yang, "A time-varying hyperchaotic system and its realization in circuit," Nonlinear Dynamics, Vol. 62, No. 3, pp. 535-541, 2010.

[44] L. M. Tam, J. H. Chen, H. K. Chen, and W. M. S. Tou, "Generation of hyperchaos from the Chen–Lee system via sinusoidal perturbation," Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 38, No. 3, pp. 826-839, 2008.

[45] N. Yujun, W. Xingyuan, W. Mingjun, and Z. Huaguang, "A new hyperchaotic system and its circuit implementation," Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 15, No. 11, pp. 3518-3524, 2010.

[46] Y. Chen, and Q.Yang, "A new Lorenz-type hyperchaotic system with a curve of equilibria," Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 112, No. 1, pp. 40-55, 2015.

[47] S. Chen, H. R. Momeni, G. Qi, and Z. L. Wang, "Four-wing hyperchaotic attractor generated from a new 4D system with one equilibrium and its fractional-order form," Nonlinear Dynamics, Vol. 67, No. 2, pp. 1161-1173, 2012.

[48] Z. Wang, J. Ma, S. Cang, Z. Wang, and Z. Chen, "Simplified hyper-chaotic systems generating multi-wing non-equilibrium attractors," Optik-International Journal for Light and Electron Optics, Vol. 127, No. 5, pp. 2424-2431, 2016.

[49] C. Shen, S. Yu, J. Lü, and G. Chen, "Designing hyperchaotic systems with any desired number of positive Lyapunov exponents via a simple model," IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, Vol. 61, No. 8, pp. 2380-2389, 2014.

[7] C. Xue, N. Jiang, Y. Lv, and K. Qiu, "Secure key distribution based on dynamic chaos synchronization of cascaded semiconductor laser systems," IEEE Transactions on Communications, Vol. 65, No. 1, pp. 312-319, 2017.

[8] Y. Scharf, "A chaotic outlook on biological systems," Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 95, No. 1, pp. 42-47, 2017.

[9] H. Yu, G. Cai, and Y. Li, "Dynamic analysis and control of a new hyperchaotic finance system," Nonlinear Dynamics, Vol. 67, No. 3, pp. 2171-2182, 2012.

[10] G.A. Leonov, N.V. Kuznetsov, N.A. Korzhemanova, and D.V. Kusakin, "Lyapunov dimension formula for the global attractor of the Lorenz system," Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 41, No. 1, pp. 84-103, 2016.

[11] O. E. Rössler, "An equation for continuous chaos," Physics Letters A, Vol. 57, No. 1, pp. 397-398, 1976.

[12] Z. Chen, Y. Yuang, G. Qi, and Z. Yuan, "A novel hyperchaos system only with one equilibrium," Physics Letters A, Vol. 36, No. 6, pp. 696-701, 2007.

[13] D. Cafagna, and G. Grassi, "New 3D scroll attractors in hyperchaotic chua's circuit forming a ring," International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 13, No. 10, pp. 2889-2903, 2003.

[14] Y. Li, W. K. S. Tang, and G. Chen, "Hyperchaos evolved from the generalized Lorenz equation," International Journal of Circuit Theory and Applications, Vol. 33, No. 4, pp. 235-251, 2005.

[15] C. Liu, T. Liu, L. Liu, and K. Liu, "A novel chaotic attractor," Chaos, Solitons and Fractals, Vol. 22, No. 5, pp. 1031-1038, 2004.

[16] A. Abooee, and M. R. Jahed-Motlagh, "Analysis and circuitry realization of a novel three-dimensional chaotic system," Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 18, No. 5, pp. 1235-1245, 2013.

[17] Z. Shen, and J. Li, "Chaos control for a unified chaotic system using output feedback controllers," Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 132, No. 1, pp. 208-219, 2017.

[18] R. Barrio, M. A. Martínez, S. Serrano, and D. Wilczak, "When chaos meets hyperchaos: 4D Rössler model," Physics Letters A, Vol. 379, No. 38, pp. 2300-2305, 2015.

[19] W. Wu, Z. Chen and Z. Yuan, "The evolution of a novel four-dimensional autonomous system: Among 3-torus, limit cycle, 2-torus, chaos, and hyperchaos," Chaos, Solitons and Fractals, Vol. 39, No. 5, pp. 2340-2356, 2009.

[20] A. Abooee, M. Moravej Khorasani, and M. Haeri, "A robust finite-time hyperchaotic secure communication scheme based on terminal sliding mode control," In Proceeding of 24th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE2016), 10-12 May, Shiraz University, Shiraz, Iran, pp. 854-858, 2016.

[21] A. Abooee, and M. R. Jahed-Motlagh, "A new hyperchaotic secure communication scheme and its circuitry realization," In Proceeding of 22th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE2014), 20-22 May 2014, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran, pp. 1295-1300, 2014.

[22] Y. Li, G. Chen, and W. K. S. Tang, "Controlling a unified chaotic system to hyperchaotic," IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, Vol. 52, No. 4, pp. 204-207, 2005.

[23] C. Huang, and J. Cao, "Active control strategy for synchronization and anti-synchronization of a fractional chaotic financial system," Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 473, No. 1, pp. 262-275, 2017.

[24] L. X. Yang, and J. Jiang, "Complex dynamical behavior and modified projective synchronization in fractional-order hyper-chaotic complex Lü system," Chaos, Solitons & Fractals, Vol. 78, No. 1, pp. 267-276, 2015.

[25] Y. Liu, "Circuit implementation and finite-time synchronization of the 4D Rabinovich hyperchaotic system," Nonlinear Dynamics, Vol. 67, No. 1, pp. 89-96, 2012.

[26] A. P. Misra, D. Ghosh, and A. R. Chowdhury, "A novel hyperchaos in the quantum Zakharov system for plasmas," Physics Letters A, Vol. 372, No. 9, pp. 1469-1476, 2008.

[27] M. Sun, L. Tian, and C. Zeng, "The energy resources system with parametric perturbations and its hyperchaos control," Nonlinear Analysis: Real World Applications, Vol. 10, No. 4, pp. 2620-2626, 2009.

[28] P. S. Swathy, and K. Thamilmaran, "Hyperchaos in SC-CNN based modified canonical Chua's circuit," Nonlinear Dynamics, Vol. 78, No. 4, pp. 2639-2650, 2014.

[50] Z. Wei, R. Wang, and A. Liu, “A new finding of the existence of hidden hyperchaotic attractors with no equilibria,” Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 100, No. 1, pp. 13-23, 2014.
[51] V. T. Pham, S. Vaidyanathan, C. Volos, S. Jafari, and S. T. Kingni, “A no-equilibrium hyperchaotic system with a cubic nonlinear term,” Optik-International Journal for Light and Electron Optics, Vol. 127, No. 6, pp. 3259-3265, 2016.
[52] I. Ahmad, B. Srisuchinwong, and W. Sanum, “On the first hyperchaotic hyperjerk system with no equilibria: A simple circuit for hidden attractors,” IEEE Access, Vol. 6, No. 1, pp. 35449-35456, 2018.
[53] C. Li, J. C. Sprott, W. Thio, and H. Zhu, “A new piecewise linear hyperchaotic circuit,” IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, Vol. 61, No. 12, pp. 977-981, 2014.
[54] Y. Liu, and X. Tong, “Hyperchaotic system-based pseudorandom number generator,” IET Information Security, Vol. 10, No. 6, pp. 433-441, 2016.
[55] V. T. Pham, S. Vaidyanathan, C. Volos, S. Jafari, and S. T. Kingni, “A no-equilibrium hyperchaotic system with a cubic nonlinear term,” Optik-International Journal for Light and Electron Optics, Vol. 127, No. 6, pp. 3259-3265, 2016.
[56] S. Zheng, G. Dong, and Q. Bi, “A new hyperchaotic system and its synchronization,” Applied Mathematics and Computation, Vol. 215, No. 9, pp. 3192-3200, 2010.
[57] C. L. Li, J. B. Xiong, and W. Li, “A new hyperchaotic system and its generalized synchronization,” Optik-International Journal for Light and Electron Optics, Vol. 125, No. 1, pp. 575-579, 2014.
[58] J. M. He, and F. Q. Chen, “A new fractional order hyperchaotic Rabinovich system and its dynamical behaviors,” International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 95, No. 1, pp. 73-81, 2017.
[59] S. Pang, and Y. Liu, “A new hyperchaotic system from the Lü system and its control,” Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol. 235, No. 1, pp. 2775-2789, 2011.
[60] Y. Gao, C. Liang, Q. Wu, and H. Yuan, “A new fractional-order hyperchaotic system and its modified projective synchronization,” Chaos, Solitons and Fractals, Vol. 76, No. 1, pp. 190-204, 2015.
[61] C. Li, J. Clinton Sprott, Tomasz Kapitaniak, and Tianai Lu, “Infinite lattice of hyperchaotic strange attractors,” Chaos, Solitons and Fractals, Vol. 109, No. 1, pp. 76-82, 2018.
[62] J. P. Singh, B. K. Roy, and S. Jafari, “New family of 4-D hyperchaotic and chaotic systems with quadric surfaces of equilibria,” Chaos, Solitons and Fractals, Vol. 106, No. 1, pp. 243-257, 2018.
[63] A. Khan, and S. Singh, “Chaotic analysis and combination-combination synchronization of a novel hyperchaotic system without any equilibria,” Chinese Journal of Physics, Vol. 56, No. 1, pp. 238-251, 2018.
[64] H. Wang, and X. Li, “A novel hyperchaotic system with infinitely many heteroclinic orbits cooned,” Chaos, Solitons and Fractals, Vol. 106, No. 1, pp. 5-15, 2018.

زیرنویس‌ها:

[1] Chaos phenomenon
[2] Autonomous and non autonomous
[3] Strange attractor
[1] Chaotic map
[2] Logistic map
[3] Tent map
[4] Hyperchaotic system
[5] Hyperchaos phenomenon
[6] Lyapunov exponent
[1] Dissipativity
[2] Fractional dimension
[2] Wolf algorithm
[3] Kaplan-Yorke dimension
[2] Limit cycle (periodic)
[2] Quasi periodic
[3] 3 tours